



LOGICA ANTICA E MEDIEVALE

DISPENSE PER IL CORSO DI STORIA DELLA SCIENZA

A CURA DI FRANCESCO CONIGLIONE



A.A. 2002/2003

INTRODUZIONE

La logica come conoscenza mediata, *logos*.

La logica, intesa come studio consapevole delle regole che governano l'argomentazione 'efficace' (per il momento non specifichiamo ulteriormente il significato di tale termine), nasce solo se si stabilisce tra gli uomini la pratica della discussione, che ha come scopo quello di far prevalere una tesi o una posizione su un'altra. Non importa per il momento sapere se tale 'prevalenza' avvenga in nome della verità o di qualche altro fine; ciò che è importante è constatare il fatto che vi sono degli uomini che discutono tra loro e che utilizzano il proprio discorso per sostenere delle tesi diverse; essi non cercano di imporre il proprio punto di vista sferrando un pugno all'altro (sebbene in certi periodi storici si è pensato che anche ciò fosse un'argomentazione), ma ritengono piuttosto che sia il proprio discorso, fatto di parole, frasi e loro concatenazioni, a dover dimostrare la propria bontà rispetto a quello dell'interlocutore.

Ciò significa che la tesi che si vuole sostenere non si regge per se stessa, cioè per il fatto stesso di essere enunciata, ma ha bisogno di un sostegno che si ritiene solo una argomentazione può fornirle. Ovvero, la necessità del discorso e dell'argomentazione in favore di un punto di vista, una dottrina, una concezione, nasce solo se questa non è riconosciuta spontaneamente e quindi accettata automaticamente dall'interlocutore, senza discussione, per il fatto stesso di essere profferita. Essa necessita di essere 'sostenuta'; bisogna farne vedere la plausibilità e ciò in quanto non costituisce una evidenza 'immediata', alla quale non si può che assentire.

Era appunto caratteristica della 'sapienza' prefilosofica quella di presentarsi con una immediata autoevidenza, tale da sfuggire sia alla necessità di una giustificazione discorsiva, come anche alla possibilità di darne una esplicitazione nei termini di un discorso articolato ed articolabile. La 'mania' dionisiaca, l'estasi come uscire da sé, nel senso letterale della parola, è strumento di liberazione conoscitiva e di accesso ad una realtà che sfugge ad ogni forma di mediazione conoscitiva e discorsiva per configurarsi come 'partecipazione' e quindi identificazione immediata. Essa ha dunque carattere concreto, come di cosa che si tocca e si percepisce immediatamente, senza la necessità di una riflessione. Aristotele si riferisce proprio a questo tipo di accesso al vero quando scrive:

E l'intuizione dell'intuibile e del non mescolato e del santo, la quale lampeggia attraverso l'anima come un fulmine, permise in un certo tempo di toccare e di contemplare, per una volta sola. Perciò sia Platone sia Aristotele chiamano questa parte della filosofia l'iniziazione suprema, in quanto coloro [...] che hanno toccato direttamente la verità pura riguardo a quell'oggetto ritengono di possedere il termine ultimo della filosofia, come in una iniziazione.

(Da G. Colli, *La sapienza greca*, Adelphi, Milano 1990, 3[A19])

Ma ciò che per Platone ed Aristotele è già 'parte' della filosofia, e pertanto viene recuperato come una sua componente, o propedeutica o finale, invece per gli antichi sapienti - anteriormente alla stessa nascita del sapere filosofico - è l'espressione di una dimensione dell'essere non riducibile alla razionalità, ed anzi con quest'ultima in antitesi; almeno fintanto che si intenda la 'ratio' come il potere di articolare 'logoi'.

Di tale contrapposizione tra 'ratio' e 'sapienza' si ebbe tuttavia consapevolezza, sia pure allo scopo di depotenziare o delegittimare il valore della seconda, anche tra i filosofi ed a lungo esse rimasero in un ambiguo ed incerto rapporto, a volte di complementarità, altre di contrapposizione. La filosofia con fatica e laboriosità avrebbe lentamente abbandonato questo sfondo sapienziale, lasciandolo alle proprie spalle, ricacciato nella irrazionalità o nella 'arazionalità', ma ad un tempo sentendone la nostalgia ed anelando a quella sicurezza e certezza che la fragilità dei discorsi umani sembrava sempre mettere in questione. Tale tensione è evidente in tutti i filosofi presocratici ed è articolata, già all'interno di una tramatura razionale della filosofia, da Platone ed Aristotele.

Ora invece i più grandi fra i beni giungono a noi attraverso la follia, che è concessa per un dono divino. Infatti proprio la profetessa di Delfi e le sacerdotesse di Dodona, in quanto possedute dalla follia, hanno procurato alla Grecia molte e belle cose, sia agli individui sia alla comunità; in quanto invece padrone di sé, poche cose o punte ... Ecco davvero, quanto è degno di essere addotto a testimonianza, che cioè tra gli antichi la *mania* [follia] non fu ritenuta cosa vergognosa né oggetto di biasimo neppure da coloro che stabilivano i nomi: altrimenti infatti non avrebbero connesso questo stesso nome alla più bella delle arti, con cui si discerne il futuro, e non l'avrebbero chiamata *maniké* [arte folle]. Ma poiché ritenevano che la follia sia una cosa bella, quando nasce per una sorte divina, stabilirono questo nome. Gli uomini di oggi invece, con ignoranza del bello, hanno inserito una *t* e l'hanno chiamata *mantiké* [arte divinatoria].

Platone, *Fedro*, 244 a-c

Vi è un segno sufficiente che il dio ha dato la divinazione alla dissennatezza umana: difatti nessuno che sia padrone dei suoi pensieri raggiunge una divinazione ispirata dal dio e veridica. Occorre piuttosto che la forza della sua intelligenza sia impedita dal sonno o dalla malattia, oppure che egli l'abbia deviata essendo posseduto da un dio. Ma appartiene all'uomo assennato il ricordare le cose dette nel sogno o nella veglia dalla natura divinatrice ed entusiastica, il riflettere su di esse, il discernere con il ragionamento tutte le visioni allora contemplate, il vedere onde quelle cose ricevano un significato e a chi indichino un male o un bene, futuro o passato o presente. A chi invece è esaltato e persiste in questo stato non spetta giudicare le apparizioni e le parole da lui stesso dette.

Platone, *Timeo*, 71 e - 72 a

In qualche modo tutte le cose sono modificate dal divino che è in noi. E il princi-

pio del discorso razionale non è un discorso, ma qualcosa di più forte. Che mai, all'infuori del dio, potrà essere più forte sia della scienza sia dell'intuizione? L'eccellenza difatti è strumento dell'intuizione. E per questo, al dire degli antichi, fortunati si chiamano coloro che riescono, ovunque si slancino, senza possedere razionalità, e a loro non conviene prendere decisioni. Possiedono infatti un principio la cui natura è più forte dell'intuizione e della deliberazione. Altri invece possiedono il discorso razionale, ma non hanno il principio suddetto. E i primi possiedono lo stato entusiastico, ma non sono capaci di cogliere il resto. Essendo privi di razionalità, difatti, colgono nel segno. E l'arte divinatoria di questi sagaci e sapienti dev'essere rapida, soltanto non venir assunta dal discorso razionale: piuttosto, tra questi ultimi alcuni si servono dell'esperienza, altri anzi dell'assiduità della contemplazione. Ma tali qualità appartengono al dio. Il dio vede distintamente tutto ciò, il futuro e ciò che è, e le cose da cui questo discorso razionale si distacca. Perciò le vedono i melancolici e quelli che sognano il vero. Pare infatti che il principio sia più forte del discorso razionale staccato.

Aristotele, *Etica Eudema*, 1248 a 26 - b 1

Al carattere 'profano' della ragione puramente umana, viene dunque contrapposto ciò che proviene direttamente dal dio, che solo ci elargisce "i più grandi fra i beni". Ma ad una condizione: che il destinatario di tali doni non sia "padrone dei suoi pensieri"; che la sua intelligenza sia "impedita" o dal sonno o dalla malattia, in modo che essa non possa interferire con quanto proviene dall'alto, rispetto a cui l'individuo è come un 'vaso' che deve essere riempito (tale il senso del termine 'entusiasmo' o 'invasamento'). Ed infatti l'eccellenza non è il frutto della fatica della ragione, che procede lentamente e con un incerto passo argomento dopo argomento, bensì è "strumento dell'intuizione". Tra razionalità ed eccellenza v'è dunque contrasto e solo coloro che fanno a meno della prima riescono a "cogliere nel segno".

Ne consegue la contrapposizione tra coloro che sono 'sapienti' e comprendono senza la necessità del linguaggio, e coloro che 'imparano', faticosamente articolando 'logoi'. Così Pindaro si esprime:

... sotto il gomito
 tengo molti dardi veloci
 dentro la faretra,
 che parlano a coloro che comprendono: ma rispetto al tutto
 hanno bisogno di interpreti. Sapiente è colui che sa molte cose
 per natura, ma quelli che hanno imparato,
 come corvi turbolenti che balbettano...

(*Ib.*, 2[A3])

Il sapiente viene contrapposto a "coloro che imparano", che vengono liquidati in modo sprezzante, perché costoro non hanno accesso alla vera 'sapienza' ma al suo pallido riflesso che traluce nell'artificialità dei discorsi. Come avrebbe detto in seguito Aristotele, "gli iniziati non devono imparare qualcosa, bensì subire un'emozione ed essere in un certo stato" (*ib.*, 3[A21]).

I riti misterici, nel corso dei quali avviene l'iniziazione dell'adepto, hanno un carattere esoterico, una loro segretezza che ne impedisce la divulgazione, la rivelazione al volgo 'profano'; essi "non si possono trasgredire né apprendere né proferire" (Omero, *Inno a Demetra*, in Colli,

La sapienza greca, cit., 3[A1]), in quanto la loro realtà è estranea alla parola. Ed in ciò non può che essere notato l'evidente punto di contatto con ogni misticismo conoscitivo che si è manifestato in ogni civiltà, sia occidentale che orientale, in momenti diversi, quale fiume carsico che di tanto in tanto torna alla superficie portando con sé il fondo oscuro (o numinoso) di un sapere sapienziale ed iniziatico mai pienamente sconfitto dai 'lumi' razionali, dei quali la filosofia s'è fatta teoforo. Ma, appunto, 'filo-sofia', amore della sapienza o saggezza, non suo possesso immediato, come nella esperienza misterica ed iniziatica; sua ricerca, quale di un bene perduto ed agognato, ma che non può essere più recuperato se non passando sotto il giogo, necessario, della mediazione disorsiva.

Rispetto ad un approccio sapienziale, i 'discorsi' possono, al più, possedere un valore allusivo, il carattere di un rinvio a qualcosa che li trascende e che in essi non può pienamente rivelarsi. "I sapienti di questa età arcaica, e l'atteggiamento durerà sino a Platone, intendevano la ragione come un 'discorso' su qualcos'altro, un 'logos' che appunto 'dice' soltanto, esprime una cosa differente, eterogenea. [...] In seguito tale spinta originaria della ragione è stata dimenticata, non si è più compresa questa sua funzione allusiva, il fatto che a essa toccasse esprimere un distacco metafisico, e si è considerato il 'discorso' come se avesse una propria autonomia, fosse un semplice specchio di un oggetto indipendente senza sfondi, chiamato razionale, o addirittura fosse esso stesso una sostanza. Ma da principio la ragione era nata come qualcosa di complementare, come una ripercussione, la cui origine stava in alcunché di nascosto, fuori di essa, che non poteva essere totalmente restituito, ma soltanto accennato da quel 'discorso'" (G. Colli, *La nascita della filosofia*, Adelphi, Milano 1996¹⁴). Oppure i 'logoi' sono utilizzati proprio per spezzare l'*hybris* della ragione, per rivelarne le debolezze e i punti ciechi, per tenderla fino al suo punto di rottura al di là del quale possa rivelarsi la sapienza che la precede e la completa. Il nichilismo conoscitivo cui inesorabilmente ci conducono i 'logoi', con la loro forza irresistibile, non è altro che il preludio di una conoscenza diversa, 'alogica', perduta sì nella civiltà avanzante e nei commerci intersoggettivi tra gli uomini, ma sempre presente come dimensione dell'essere, cui si giunge solo a condizione di spezzare l'assolutezza della ragione con la potenza delle sue stesse argomentazioni.

Ma è appunto in contrapposizione alla sapienza misterica e sacerdotale, al mito ed alla religione tradizionale, che nasce la filosofia, che però a lungo di essa conserverà le tracce e le esigenze (come avremo modo di vedere), che spesso si insinuano nel tessuto più genuino della sua massima articolazione razionale. E' nel 'logos', tuttavia, che viene racchiuso il destino dell'Occidente, il cui cammino viene definitivamente segnato dalla razionalità greca e dal suo modo di intendere la conoscenza come mediazione ed articolazione di discorsi; come necessità della giustificazione razionale. Tale distacco, che è un inizio ma potrebbe anche essere visto come un tramonto, è visto coincidere - da Heidegger - con

la storia della filosofia occidentale come storia della metafisica, intesa nel segno dell'oblio dell'essere e dell'erramento. Nell'idea dell'"oblio dell'essere", iniziato nell'età dei Greci, si rispecchia tale differenza tra la sapienza arcaica e la razionalità logica della filosofia e viene con ciò indicato il carattere proprio dell'Occidente, che ormai è diventato quello dell'intero globo. Ne deriva, in Heidegger, il richiamo profetico alla dimensione del 'Sacro' e del 'nascosto', nel tentativo di riportare in vita quella sapienza che la ragione greca ha cacciato nella penombra; ma come può essere ciò realizzato, senza la mediazione dei 'discorsi' e quindi di quell'apparato categoriale edificatosi nei millenni della civilizzazione europea? E' solo dalla grande poesia che può manifestarsi il 'sacro', l'originario; solo essa può dare accesso a quell'Essere. L'Essere, catturato nella trama del linguaggio predicativo tipico della metafisica dell'Occidente, viene a darsi all'uomo come *essente*, cioè come ciò che è manipolabile dalla tecnica ed è esprimibile nelle trame delle argomentazioni razionali, del pensiero 'calcolante'. Viceversa alla poesia viene rivendicato "il luogo privilegiato del disvelamento di qualcosa di 'ulteriore' rispetto alla tecnica e all'organizzazione pianificante, massificata della totalità di ciò che è. Alle 'scienze' che 'non pensano' egli viene sempre più contrapponendo il pensare del diverso, dell'Altro che non si lascia catturare nel linguaggio oggettivante delle scienze e della tecnica e della cui prossimità l'uomo può ancora meditando apprendere un modo non-tecnico di essere nel mondo" (F. Bosio, *Martin Heidegger. Prospettive e itinerari*, Angeli, Milano 1992, p. 23). L'arte "disvela un'ulteriorità" che è qualcosa di più dell'umano produrre, allude a un "manifestare luminoso in cui l'uomo prende soggiorno"; nei poeti si adombra poeticamente la verità che 'l'essere non è mai un essente'. In tal modo Heidegger - pensatore in cui sono evidenti le influenze delle prospettive mistiche o sapienziali orientali, come quelle del Buddhismo Zen - indica con estrema nettezza, sia pure per rinnegarla, la via che intraprese la ragione occidentale, in quanto identificatasi con l'arte dell'articolazione dei discorsi, cioè come logica.

La logica, pertanto, in quanto 'pensiero calcolante', rappresenta il frutto più genuino, più puro e raffinato della civiltà umana, di quella civiltà che riceviamo in eredità dalla cultura greca. E' nel dominio della logica - mai pacifico e senza avversari, sempre insidiato dal riemergere di quella dimensione 'Altra', combattendo la quale essa si è edificata - che bisogna dunque riconoscere l'espressione più elevata della razionalità così come essa si è configurata per la prima volta nel mondo greco. E' grazie ad essa - o meglio, allo spirito che la informa - che sono state rese possibili tutte le conquiste tecniche e scientifiche di cui l'umanità contemporanea va orgogliosa e che hanno condotto la civiltà europea al dominio del mondo, ricacciando le culture diverse in una situazione di marginalità.

Ma di fronte a tale spettacolare trionfo, sorge la domanda: poteve essere diversamente? Poteva l'umanità, nel momento in cui edificava una

società intessuta di rapporti interumani, di traffici, di relazioni sociali, imboccare un cammino diverso da quello che poneva al proprio centro la dimensione della intersoggettività e quindi del dialogo, che non può effettuarsi altrimenti se non mediante l'articolazione di discorsi? Può l'uomo, nel momento in cui fuoriesce dalla solitudine del colloquio con se stesso - quella medesima solitudine ricercata dal mistico - rifiutare di accedere ad una dimensione sociale della comunicazione e quindi prescindere dalla indispensabile mediazione del linguaggio?

L'impossibilità di una risposta affermativa a queste domande pone con sé, inesorabilmente, l'esigenza di argomentare e quindi di *bene* argomentare. Ed infatti la logica può nascere solo supponendo che si diano argomentazioni, il cui scopo sia quello di "dimostrare" o "provare" una certa tesi. Ed a sua volta ciò presuppone che esistano ambiti in cui siano adoperate tali argomentazioni (non ogni discorso è infatti suscettibile di analisi logica: ad esempio, come abbiamo visto, sfugge alla possibilità dell'articolazione linguistica la conoscenza iniziatica). A queste, inoltre, deve essere riconosciuta una legittimità, nel senso che deve essere riconosciuta l'esistenza di ambiti dell'esperienza umana per i quali si ammette, ed anche si auspica, un'indagine razionale, senza proibizioni in nome di credenze religiose, dettate dalla loro sacralità, che si vorrebbe proteggere dall'empietà di un discorso solo umano e quindi profano. Ne consegue che in tali ambiti, deve essere attribuita all'argomentazione un'autorità che sia superiore ad altre autorità precedentemente riconosciute (tradizionali, religiose ecc.).

I caratteri fondanti dell'argomentazione logica

Il fatto che, come abbiamo visto, la logica si occupi di *logoi*, di discorsi, non significa che il suo oggetto sia il pensiero o il ragionare. Invece suo oggetto è il linguaggio, solo mediante il quale si esprime l'argomentazione, in quanto questa ha per sua natura l'intersoggettività e la comunicatività. Il pensiero è invece, in quanto tale, "privato" e non può essere colto se non privatamente, per immediata identificazione con esso; il pensiero che vuole rivelarsi agli altri deve esprimersi in modo tangibile mediante un linguaggio (non importa se questo è scritto, parlato, mimico e quanto altro).

Per tale ragione sin dall'inizio la logica ha assunto, quale modello della propria indagine, i linguaggi naturali, dotati di una loro struttura sintattico-grammaticale, della quale essa cercava di cogliere le nervature profonde, indipendenti dalle singole conoscenze che in essi venivano ad esprimersi. In seguito, la necessità di cercare la maggiore generalità possibile, ha portato ad una sempre maggiore formalizzazione, con la sostituzione di costruzioni artificiali e di simboli alle componenti tipiche dei linguaggi naturali. Nasce la logica simbolica, con la costruzione di linguaggi puramente logici.

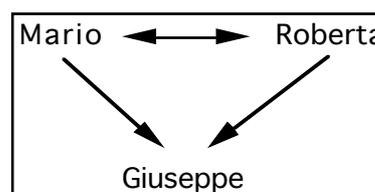
Quanto detto permette di effettuare una importante distinzione. Ogni scienza ha i suoi oggetti che esprime mediante un linguaggio. Ebbene il linguaggio che parla degli oggetti di un dato universo, che costituisce il campo d'indagine della disciplina data, si chiama *linguaggio-oggetto*. Ogni scienza ha pertanto il suo linguaggio-oggetto, che si dice anche *Teoria*: una **T**(eoria) è un **L**(inguaggio) che parla di un **U**(niverso) di oggetti. Ma facciamo un passo ancora: noi possiamo parlare non direttamente di **U**, bensì del linguaggio-oggetto che parla di **U**, ovvero di **T**. In tal modo abbiamo un *metalinguaggio* o *meta-Teoria*; i segni e le espressioni che in esso compaiono non indicano direttamente gli oggetti di **U**, bensì i segni o le espressioni che denotano gli oggetti di **U** (cioè le espressioni del linguaggio **T**).

- Facciamo un esempio. Nell'espressione "Il cavallo è un quadrupede", il termine 'cavallo' indica un oggetto appartenente all'**U**(niverso) di cui si occupa una particolare **T**(eoria) (la zoologia); esso appartiene pertanto al linguaggio-oggetto in cui è espressa **T**. Quando invece affermiamo che il termine 'cavallo' è un sostantivo singolare maschile, allora facciamo un'affermazione su di un termine che appartiene ad un dato linguaggio oggetto; quindi facciamo un'affermazione in un dato metalinguaggio per parlare dei termini impiegati in un altro linguaggio, che è il nostro linguaggio oggetto.

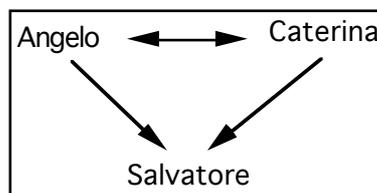
Anche in logica esiste un linguaggio oggetto ed un metalinguaggio; in questo caso si parla di logica e di *metalogica*. La logica si occupa direttamente delle argomentazioni (esse sono il suo oggetto o **U**(universo)), spesso facendo uso di segni e simboli per esprimerli. La metalogica invece assume come suo oggetto il linguaggio usato dalla logica e quindi le espressioni che in essa occorrono. Essa può essere definita come lo studio logico delle proprietà formali dei sistemi formali (o logici).

Per comprendere la natura della logica è importante distinguere tra *verità del ragionamento* e sua *correttezza*: la logica si occupa solo di quest'ultima e prescinde dalla verità, della quale si occupano le altre discipline scientifiche. Il punto di vista della correttezza si afferma per la prima volta in maniera esplicita e pienamente consapevole con Aristotele. Tale differenza ha ricevuto nella logica contemporanea una esplicitazione mediante la distinzione tra sintassi e semantica. In breve, si può dire che la *sintassi* è la teoria della relazioni tra le componenti di un linguaggio logico, a prescindere da ogni loro significato che non sia quello operatorio.

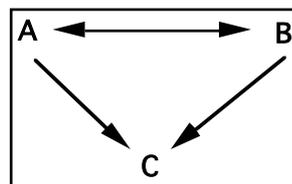
- Possiamo chiarire tale differenza mediante un semplice esempio. Consideriamo una famiglia composta di tre persone: padre (che chiamiamo "Mario"), madre (che chiamiamo "Roberta") e figlio (che chiamiamo "Giuseppe") ed indichiamo la relazione di "essere coniuge" con una doppia freccia e quella di "esser genitore" con una freccia singola che va dal padre/madre al figlio, così come simboleggiato dalla figura a fianco. Se consideriamo una seconda famiglia in cui questa volta il padre si chiama "Angelo", la madre "Caterina" ed il figlio "Salvatore", avremo nuovamente una figura la cui struttura è la



medesima della precedente, ma in cui i nomi dei componenti della famiglia sono diversi (vedi la figura a fianco) e pertanto indica oggetti (famiglie) diverse. Se ora prescindiamo dalle persone cui concretamente ci riferiamo, ponendo al loro posto dei puri segni (che possono essere, per nostra comodità, delle lettere) avremo un disegno del tipo di quello riportato sotto e che possiamo studiare per la sua struttura, cercando, ad esempio, le regole che collegano insieme le tre lettere. Possiamo così dire che che tra **A** e **B** vige una doppia relazione (**A** è in relazione con **B** e, vice-



versa, **B** è in relazione con **A**; nel nostro esempio, Angelo è coniuge di Caterina e Caterina è coniuge di Angelo), mentre tra **A** e **C** e **B** e **C** esiste una relazione semplice (**A** è in relazione con **C**, ma **C** non è nella stessa relazione con **A**; nel nostro esempio, Angelo è padre di Salvatore, ma Salvatore non è padre di Angelo). Ebbene, quando studiamo la struttura di un dato oggetto (in particolare di un linguaggio), interessandoci solo ai reciproci rapporti che esistono tra le sue parti e disinteressandoci di cosa significhino queste ultime, cioè mettendo tra parentesi ciò a cui esse si riferiscono, abbiamo un approccio *sintattico*. Viceversa quando diamo alle parti che compongono una struttura, un significato che li riferisce a concetti o ad oggetti concreti e diciamo, ad esempio, che la doppia freccia designa la relazione “essere coniuge”, quella singola designa la relazione “essere genitore”, **A** denota Angelo, **B** denota Caterina e **C** denota Salvatore, allora ci interessiamo alla dimensione *semantica* della struttura che stiamo studiando. Si noti che finché stiamo sul piano sintattico non si può parlare di verità o falsità di una data struttura formale. Non ha senso dire che le relazioni indicate dalle lettere **A**, **B** e **C** sono “vere”. Tuttavia una volta che interpretiamo questa struttura – si dice in questo caso che ne forniamo un “modello” semantico – allora otterremo una interpretazione che può essere vera o falsa, a seconda del significato che attribuiamo sia alle variabili sia alle relazioni indicate dalle frecce.



Il fatto che la logica si occupi solo della correttezza delle argomentazioni, e non della loro verità, ha come conseguenza che essa è indifferente i “contenuti” dei discorsi argomentativi. Ciò si esprime dicendo che essa è una scienza “formale”: essa indaga non tanto su ciò che nelle argomentazioni si dice (ciò di cui si parla), bensì del modo in cui ciò che si dice è detto; in altre parole essa indaga le strutture dell’argomentazione, le sue “forme”, prescindendo dai particolari contenuti che esse di volta in volta possono avere.

- Tale differenza può essere esposta nel seguente modo. Consideriamo la seguente argomentazione: “Tutti i comunisti sono intellettuali, tu sei un intellettuale, quindi sei comunista”. La conclusione cui si giunge susciterebbe di certo le nostre perplessità: non è affatto detto che l’essere un intellettuale equivalga ad esser comunisti. Sosterremo, insomma, che il ragionamento è errato. Ed esso continuerebbe ad esserlo anche se al posto di “comunisti” ed “intellettuali”, si parlasse di qualcosa d’altro, come ad esempio nel seguente ragionamento: “Tutti gli uomini sono egoisti, tu sei egoista, quindi sei un uomo”. Anche in questo caso il ragionamento non “filerebbe”, indipendentemente dal fatto che questa la volta la conclusione (“quindi sei un uomo”) è vera. Insomma esso è errato non in riferimento a ciò di cui parla (rispettivamente, comunisti e uomini), ma per il modo in cui è costruito, cioè per la *forma* in cui esso viene presentato. Ciò fa sì che si possano sostituire i termini occorrenti nel nostro ragionamento con semplici segni o simboli (per tal motivo ci si riferisce alla logica anche col nome di “logica sim-

bolica”; noi utilizzeremo per nostra comodità delle lettere). Così i ragionamenti sopra riportati possono ricevere la seguente forma: “Tutti gli **A** sono **B**, **C** è **B**, allora **C** è **A**”. Ed è *questa* forma ad essere scorretta, indipendentemente dal fatto se si parla di comunisti, intellettuali od uomini esistenti.

Dall’indifferenza per la verità dei discorsi e dal carattere formale ne segue che la logica fornisce solo i “criteri” (le regole generali) della corretta inferenza: essa ci dice quando, *se* una certa premessa è vera, ne seguono anche delle conseguenze vere. Ma la logica non ci dice *quando* una certa premessa o asserto è vero (ciò è compito di altre discipline o di altre facoltà umane, come l’esperienza), in quanto essa garantisce solo la verità di certe proposizioni se certe altre proposizioni sono *assunte* come vere.

Per realizzare quanto detto, la logica, come ogni altra scienza, va in cerca delle leggi che governano il discorso corretto; sono queste le *leggi logiche*. I suoi oggetti sono differenti da quelli della fisica, ma come questa, essa ha anche le sue variabili e le sue costanti (che hanno in questo caso carattere linguistico) e cerca di individuare le *relazioni di invarianza* rispetto a certe trasformazioni che possono essere effettuate con esse.

Le leggi logiche hanno la caratteristica di essere sempre vere, cioè di essere delle *tautologie*: solo in questo modo possono garantire la universalità e la necessità dell’argomentazione logica, che prescinde sia dal contenuto, sia dal tempo che dal luogo in cui essa viene effettuata.

Per cui una dimostrazione ha come sue condizioni l’esistenza di certe premesse o punti di partenza supposti veri e di ragionamenti validi, cioè in grado di trasmettere e preservare la verità delle premesse alle conseguenze che da esse si traggono, che devono anche risultare vere.

Il carattere formale della logica ne favorisce la simbolizzazione: dato che ad interessare non sono i contenuti dei ragionamenti, ma solo le loro forme, allora diventa possibile sostituire i nomi e le proposizioni con dei semplici simboli, senza perdere nulla di ciò che è importante nell’analisi del ragionamento. Si noti che simbolico non equivale a formale, e viceversa (si può avere un sistema formale non simbolico, come anche una scrittura simbolica che non costituisce una formalizzazione).

Il punto di vista formale è l’elemento caratterizzante della logica; per cui la sua storia è storia della logica formale (sono pertanto escluse da essa gli altri tipi di logica non formale, come ad esempio quella “trascendentale”, “dialettica” e così via).

La storia della logica come oggetto di studio.

La storia della logica formale è una disciplina abbastanza nuova, avendo in tutto circa un secolo di vita. Infatti non si possono considerare delle vere e proprie storie i tentativi fatti in periodo umanistico, oppure i

racconti fantasiosi di Pietro Ramo o le semplici raccolte bibliografiche quale quella di B. Keckermann (1598).

Nei secoli XVII, XVIII e XIX molti storici trattano della storia della logica; includono però in essa problemi ontologici, epistemologici e psicologici che in effetti le sono estranei. Ciò era dettato, come ha messo in evidenza il Boche_ski, da alcuni pregiudizi:

- innanzi tutto dall'idea che il formalismo avesse poco o niente a che fare con la logica, per cui le ricerche che in questo spirito erano state effettuate passarono del tutto inosservate;
- in secondo luogo, la sottovalutazione del periodo scolastico, ritenuto un "oscuro medioevo";
- infine, la credenza nello sviluppo lineare della scienza, dal peggio al meglio; per cui Cartesio doveva essere era in logica meglio di Aristotele e i 'moderni' meglio degli 'antichi'.

Un esempio di tali pregiudizi è fornito da Thomas Reid, che esemplifica il modo di accostarsi alla logica di quasi tutti i filosofi moderni, dall'umanesimo alla nascita della logica matematica.

Mentre mi accingo a dare qualche notizia sugli *Analitici* e sui *Topici* di Aristotele, la sincerità mi impone di confessare che, pur essendomi spesso proposto di leggerli con cura per intero e di comprendere ciò che vi è di intelligibile, mi sono tuttavia sempre mancati il coraggio e la pazienza prima di giungere alla fine. Perché dovrei sprecare tanto tempo e tanta penosa attenzione su di una cosa di così scarsa utilità reale? Se fossi vissuto in quelle età in cui la conoscenza dell'*Organo* di Aristotele dava a un uomo il massimo rango nella filosofia, l'ambizione avrebbe potuto indurmi a impiegare alcuni anni di studio penoso su di esso; un tempo minore, credo, non sarebbe sufficiente. Riflessioni simili a queste ebbero sempre ragione del mio proposito quando i primi ardori cominciavano a raffreddarsi. Tutto quello che posso dire è che ho letto alcune parti dei diversi libri con cura, alcune soltanto superficialmente, e alcune forse non le ho lette affatto [...] Di tutte le letture è la più arida e la più penosa, dal momento che dispiega un infinito lavoro di dimostrazione intorno a cose della più astratta natura esposte in uno stile laconico e spesso, credo, con deliberata oscurità. E tutto per dimostrare proposizioni generali che, una volta applicate a casi particolari, si rivelano di per se i evidenti.

(Da Bocheński, *La logica formale*, vol. I, p. 17)

Con Kant si ha una valutazione diversa della storia della logica; infatti egli rifiuta il primo e il terzo dei suddetti pregiudizi (anche se continua a considerare il medioevo del tutto insignificante). La prospettiva viene capovolta: egli sostiene che la logica non ha fatto alcun progresso dopo Aristotele, che viene così visto come il suo fondatore e sistematizzatore definitivo.

Che la logica abbia seguito questa strada sicura sin dai tempi più antichi, si può scorgere dal fatto, che da Aristotele in poi essa non ha dovuto fare alcun passo indietro, a meno che non si voglia eventualmente attribuirle, come perfezionamenti, l'eliminazione di alcune sottigliezze superflue o la determinazione più chiara della materia esposta; ciò peraltro è pertinente più all'eleganza, che alla sicurezza

della scienza. Nella logica è ancora degno di nota il fatto, che sino ad oggi essa non ha neppure potuto fare alcun passo in avanti e quindi, secondo ogni apparenza, sembra essere chiusa e compiuta. In effetti, se è vero che alcuni moderni hanno pensato di ampliarla, inserendovi sia dei capitoli psicologici sulle differenti capacità conoscitive (la capacità d'immaginazione, l'arguzia), sia dei capitoli metafisici sull'origine della conoscenza oppure sulle differenti specie di certezza secondo la differenza degli oggetti (idealismo, scetticismo, ecc.), sia dei capitoli antropologici sui pregiudizi (sulle cause ed i rimedi di questi), ebbene, tutto ciò proviene dalla loro ignoranza della vera e propria natura di questa scienza. Quando qualcuno fa sì che i confini delle scienze si confondano, queste non risultano accresciute, bensì deformate. Il confine della logica, per contro, è segnato con perfetta precisione dal fatto che essa è una scienza, la quale espone in modo circostanziato e dimostra rigorosamente null'altro che le regole formali di ogni pensiero (sia esso *a priori* oppure empirico, abbia esso una qualsivoglia origine o un qualsivoglia oggetto, incontri esso nel nostro animo impedimenti contingenti oppure naturali).

(I. Kant, *Critica della ragion pura*, trad. di G. Colli, pp. 17-8)

La prima vera e propria storia della logica moderna è stata quella di Karl von Prantl, che però si muoveva nell'ottica di Kant, per dimostrare che la logica non ha storia e tutto ciò che è venuto dopo Aristotele non è che una corruzione e deformazione del suo pensiero (vittime di tale approccio sono la logica megarico-stoica e quella scolastica, coperte di ridicolo). Inoltre egli sottovaluta il carattere formale della logica (essere formale significa per lui non essere scientifici). Cionondimeno la sua opera è utile perché contiene una enorme messe di materiali e testi.

Dopo Prantl molti ne seguirono l'influenza negativa (F. Ueberweg, R. Adamson, M. Pohlenz): l'insegnamento logico del passato veniva ritenuto come insignificante o frutto di inutile sottigliezza rispetto alla logica classica fondata da Aristotele.

E' proprio a questa prospettiva che dobbiamo il ritardo con cui è nata la storia della logica: non si scrive la storia di una disciplina che non ha storia e che è nata già bell'e fatta come Minerva dalla testa di Giove; oppure la si scrive per dimostrarne l'inesistenza, così come ha fatto esemplarmente Prantl.

Per aspettarne la nascita dobbiamo dunque attendere sino al secolo XIX, quando è la stessa logica formale a ritornare a nuova vita come disciplina autonoma dalla filosofia, per opera di matematici e filosofi di orientamento scientifico. Ritorna così l'interesse per le vecchie dottrine, dapprima in forma sporadica, quindi sempre più diffusamente. Le prime attenzioni verso la storia della logica le ritroviamo in C.S. Peirce e J. Venn, che avevano guardato con interesse al passato della loro disciplina.

Ma Bisogna aspettare il 1931 per trovare le prime trattazioni moderne di storia della logica: J. Jørgensen dedica il primo volume del suo *Trattato di logica formale* allo studio dello sviluppo storico di tale disciplina; H. Scholz pubblica il suo *Schizzo di storia della logica*, che viene indicato come il punto di svolta rispetto alle concezioni precedenti; infi-

ne J. Łukasiewicz (e con lui la scuola polacca di logica) pubblica negli anni trenta una serie di studi sulla storia della logica delle proposizioni e sul principio di non contraddizione in Aristotele che inaugurano un periodo nuovo della sua storia.

Con ciò si evidenzia una nuova caratteristica di questo modo di affrontare la storia di questa scienza: essa viene fatta propria prevalentemente dai logici matematici o da storici aventi una forte formazione di carattere matematico, sicché sin dall'inizio è evidente uno sforzo di attualizzazione delle antiche dottrine, che vengono comparate con quelle sviluppate negli ultimi decenni. Da questo lavoro scaturisce una rivalutazione della logica antica e di quella scolastica, che vengono reinterpretate mettendone in luce la modernità e la ricchezza di temi e sviluppi.

Si è pertanto pervenuti ad una considerazione della storia della logica che, superata la dicotomia di Scholz tra la logica prima del 1850 e quella matematica nata successivamente, ne ha inteso l'evoluzione in modo non lineare, ma piuttosto come una sorta di senoide, nella quale a periodi di grande creatività si succedono periodi di stagnazione se non addirittura di crisi e regresso. Così alla creatività del periodo antico, fa seguito la stasi dell'alto medioevo, cui succede la fertile creatività del periodo scolastico. La reazione verso la scolastica porta con sé, nella cosiddetta epoca classica, ad un nuovo medioevo logico che finisce solo alla metà dell'800 con la rinascita della logica formale contemporanea, che ancora mantiene la sua vitalità. Tuttavia ad ogni ripartita, "la 'nuova' logica che viene dopo un periodo di barbarie non è una semplice estensione della vecchia; essa parte, per lo più, da presupposti e punti di vista diversi, si serve di una tecnica differente e sviluppa aspetti della problematica che in precedenza avevano ricevuto scarsa attenzione. Essa è una *forma* di logica diversa da quella del passato" (Bocheński, cit., p. 25).

Sulla base delle indicazioni di Bocheński, si è consolidata nella storiografia una periodizzazione della storia della logica in cinque periodi:

- 1 - il periodo antico (fino al VI secolo dopo Cristo);
- 2 - l'alto medioevo (dal VII all'XI secolo);
- 3 - il periodo scolastico (dall'XI sec. al XV sec.);
- 4 - il periodo della logica 'classica' moderna (dal XVI al XIX sec.);
- 5 - la logica contemporanea (a partire dalla metà del XIX secolo).

LA LOGICA ANTICA

Periodizzazione

La *forma antica di logica* può essere articolata in diversi momenti. Possiamo distinguere:

- Un *periodo preparatorio* che va fino al momento in cui Aristotele cominciò a scrivere le sue prime opere logiche (i *Topici*) e che comprende la problematica logica sollevata dai pensatori presocratici, da Socrate e Platone.
- La *logica classica aristotelica* (IV sec. a.C.): questa è la prima formulazione consapevole della logica come teoria, che cerca di comprendere le leggi dell'argomentazione.
- La *logica megarico-stoica*: rappresenta una tradizione autonoma rispetto a quella aristotelica, anche se ad essa complementare, e raggiunge il suo culmine con Crisippo (280-207 a.C).
- Il *periodo dei Commentari*, che va sino alla fine dell'antichità, cioè alla morte di Boezio; la si chiama così perché in genere consiste di commentari alle opere logiche classiche. E' avvertibile in essa l'inizio della decadenza che poi proseguirà nell'alto medioevo e pertanto non si distingue per originalità.

Per quanto riguarda i suoi caratteri generali, la logica antica si distingue per alcuni aspetti:

- è in essa scarsamente sviluppata la *metateoria*, per cui teoremi e leggi logiche sono espressi direttamente nel linguaggio oggetto;
- il linguaggio oggetto è costituito dal linguaggio ordinario arricchito dall'aggiunta di variabili (simboli costituiti da lettere dell'alfabeto, che vengono sostituiti alle parole ordinarie). Cioè si parte dal linguaggio naturale (il greco), del quale si presuppone la sintassi: da esso vengono ricavate per astrazione le leggi e le regole logico-formali.
- lo studio della semantica viene solo abbozzato.

La logica prima della logica

Comprendiamo sotto questo titolo tutti gli autori anteriori ad Aristotele, nei quali ritroviamo non una vera e propria teoria logica, bensì una sorta di dialettica razionale, una "logica in azione", in cui i "logoi" venivano presentati nella loro concatenazione argomentativa e nei loro risultati, senza però che si riflettesse sulla natura e sul perché essi concludessero 'logicamente'. Loro caratteristica è il fatto che la logica si trova in essi "applicata". Manca cioè una riflessione consapevole sulle strutture argomentative: ragionamenti e dimostrazioni venivano abilmente utilizzati per sostenere tesi diverse, senza però tentarne una sistemazione

metodica. Allo stesso modo di come un bravo letterato, che scrive in modo fluente e sintatticamente corretto, può essere un cattivo conoscitore delle regole che governano la lingua che usa, così un filosofo che ragioni in maniera coerente utilizza le regole della logica pur non conoscendole nè avendovi mai riflettuto sopra per cavarne fuori una teoria. Una legge logica la si può dunque utilizzare senza conoscerla come tale, ovvero senza formularla espressamente. Si potrebbe dire che così come si apprende con l'uso a parlare una lingua, allo stesso modo si apprende ad usare la logica col ragionare logicamente. Appunto di ragionamenti logici si tratta in questa prima parte, non di una riflessione consapevole sulle strutture logiche del ragionamento, che avrà inizio solo con Aristotele.

- Vi sono storici che mettono in dubbio il fatto che si possa effettivamente parlare dell'esistenza di una logica prima di Aristotele. Ciò è motivato anche dal fatto che lo stesso Stagirita, che nelle sue opere, prima di presentare le proprie dottrine, si richiama alla storia della filosofia precedente per criticarne le soluzioni e presentare la propria, invece nel caso della logica rivendica a sé il merito di averle dato inizio come scienza: "Su questo problema – egli afferma – non c'era una parte già elaborata e un'altra no: non esisteva assolutamente niente". Tuttavia ciò si riferisce piuttosto al fatto che nessuno prima di lui ha esplicitamente riflettuto sui principi e le leggi che presiedono all'uso corretto del ragionamento, in quanto la logica veniva semplicemente applicata in modo spontaneo; e ciò non richiede consapevolezza teorica. Per cui se si intende la logica come la scienza che pone a proprio oggetto quel complesso di dottrine e procedimenti che in seguito la terminologia moderna designerà con tale nome, allora senza dubbio essa ha inizio con Aristotele. Eppure non sarebbe possibile comprendere la logica di questi se non tenendo conto del contesto culturale dal quale essa nasce, che aveva visto sorgere problemi, dottrine e posizioni concettuali che poi saranno alla base della sua sistematizzazione. Le ricerche logiche di Aristotele si innestano sia su una tradizione filosofica particolarmente interessata ai procedimenti dimostrativo-confutatori, che acquista man mano consapevolezza delle leggi formali che regolano il ragionamento, sia nei problemi che nascono sul terreno della filosofia eleatica, ereditati dai Sofisti della seconda generazione e dai Socratici – Cinici e Megarici – e che costituiscono un ostacolo da superare per fondare il discorso logico.

Ciò non significa però che in questo primo periodo i pensatori non siano stati affascinati dal carattere cogente della dimostrazione. E in effetti il concetto di dimostrazione ha attratto l'attenzione in primo luogo in connessione alla geometria, in quanto questa è stata il primo corpo di conoscenze a fungere da paradigma per eccellenza di ogni costruzione sistematica deduttiva. Questa veniva presentata secondo questo schema:

- assunzione di certe proposizioni della scienza come vere senza dimostrazione;
- derivazione delle altre proposizioni da queste;
- derivazione effettuata senza ricorrere ad altre conoscenze se non quelle geometriche e quelle assunte come primitive.

Sebbene la procedura di dimostrazione, ad es. del teorema di Pitagora,

non fosse formale come quella poi rintracciabile negli *Elementi* di Euclide, sembra plausibile che l'idea di sistema deduttivo fosse presente ai pitagorici.

In particolare la logica più antica si è posta una serie di problemi, che poi ritroviamo in Aristotele; ma alcuni anche in Platone ed ancor prima:

- il problema delle proposizioni generali, cioè di quelle proposizioni che vertono su *generi* di cose (e non su individui: sui triangoli e non su *questo* triangolo);
- il problema delle proposizioni universali, cioè le proposizioni generali che vertono intorno a *tutto* un genere, che sono *necessariamente* vere (non vere per *accidente*, come quando dico che tutte le monete della mia tasca sono di metallo);
- il problema della *definizione* come tipo particolare della proposizione universale necessariamente vera (e non intesa come mera convenzione, come oggi si è portati a considerarla);
- il problema della *sussunzione* di varietà specifiche sotto regole generali (come avviene di solito nel ragionamento geometrico).

Analizzeremo alcuni tipi di logica in atto:

1. la logica dell'opposizione di Eraclito;
2. la logica dell'identità di Parmenide;
3. la logica dell'impossibile di Zenone;
4. la logica dell'antinomia dei Sofisti;
5. la logica del paradosso del mentitore;
6. la logica del vero e del falso di Platone.

1. *La logica dell'opposizione di Eraclito.*

In Eraclito il *logos* viene concepito come luogo in cui coesistono gli opposti; egli così introduce una concezione della ragione umana che ha avuto una grande importanza successiva: Hegel, ad es., vede in lui un proprio antenato dialettico.

Ma per capire il significato esatto della dottrina di Eraclito e le conseguenze che poi da essa ne derivano, è necessario precisare che il termine *logos* ha in lui (come in tutto il pensiero arcaico) un triplice significato:

- *logos come legge* generale del cosmo, del quale esprime la più profonda natura;
- *logos come ragione umana*, pensiero, mediante il quale viene colto il

logos nella precedente accezione;

- *logos come discorso*, parola, argomentazione, mediante la quale il pensiero umano viene espresso in una forma intersoggettivamente comunicabile.

Nel primo caso abbiamo a che fare con qualcosa che è oggettivamente esistente nel reale, quindi ci collochiamo su di un piano *ontologico*; nel secondo caso abbiamo a che fare con la conoscenza del *logos*, con la sua prensione concettuale e quindi ci troviamo su di un piano gnoseologico o *epistemico*; infine nel terzo caso ci troviamo sul piano del discorso, dell'argomentazione che esprime agli altri (o a se stessi) la conoscenza del *logos* e quindi ci poniamo su di un piano linguistico-discorsivo, che sarà il campo di intervento della logica.

- Tale caratteristica emerge sin dal primo frammento di Eraclito, che probabilmente stava all'inizio della sua opera:

Di questo *logos* che è sempre gli uomini non hanno intelligenza, sia prima di averlo ascoltato sia subito dopo averlo ascoltato; benché infatti tutte le cose accadano secondo questo *logos*, essi assomigliano a persone inesperte, pur provandosi in parole e in opere tali quali sono quelle che io spiego, distinguendo secondo natura ciascuna cosa e dicendo com'è. Ma agli altri uomini rimane celato ciò che fanno da svegli, allo stesso modo che non sono coscienti di ciò che fanno dormendo. (fr. B.1)

E' evidente che qui coesistono tre diverse accezioni del termine *logos*. Infatti abbiamo:

- il *logos* come discorso, inteso come manifestazione verbale, in quanto esso può essere 'ascoltato' dagli uomini; più esattamente esso è la stessa trattazione scritta da Eraclito.
- esso è al tempo stesso una realtà esistente, anzi la massima realtà, ovvero la legge suprema che governa il cosmo; infatti "tutte le cose accadono secondo questo *logos*". Si veda anche il fr. 72, in cui ci si riferisce al *logos* "che governa tutte le cose".
- è infine anche la verità eterna 'espressa' nel discorso e che 'dice' la legge del cosmo, ovvero la dottrina di Eraclito, non riconosciuta dagli uomini: è quanto egli spiega "distinguendo secondo natura ciascuna cosa e dicendo com'è", in tal modo operando la distinzione tra ciò che è detto (il pensiero vero) e ciò che è fatto (che si esprime nel pensiero).

Ebbene tali tre diverse accezioni non sono chiaramente distinte in Eraclito, per cui lui passa indifferentemente dall'una all'altra. E' questa la "coalescenza logico-ontologico-semantic", tipica del pensiero presocratico arcaico, individuata da G. Calogero (*Storia della logica antica*, Bari, Laterza 1967). Sarà compito del pensiero logico successivo (con Aristotele) riuscire a separare il piano del discorso da quello della verità; solo molto più tardi avremo anche la scissione tra il vero ed il reale.

Dalla lettura dei frammenti che ci rimangono di Eraclito possiamo ricavare alcune caratteristiche di come si pone il pensiero dell'opposizione.

L'opposto concorde e dai discordi bellissima armonia.

Congiungimenti sono intero e non intero, concorde discorde, armonico disarmonico, e da tutte le cose l'uno e dall'uno tutte le cose.

Negli stessi fiumi scendiamo e non scendiamo, siamo e non siamo.

La stessa cosa sono il vivente e il morto, lo sveglio e il dormiente, il giovane e il vecchio: questi infatti mutando sono quelli e quelli di nuovo mutando sono questi.

Comune infatti è il principio e la fine nella circonferenza del cerchio.

Polemos [la guerra, il conflitto] è padre di tutte le cose, di tutte re; e gli uni disvela come dei e gli altri come uomini, gli uni fa schiavi gli altri liberi.

Notiamo in essi:

- In primo luogo, il *logos* che pensa l'opposizione, cioè che è in grado di comprendere l'armonia che sottende il cosmo, non è il pensiero comune, che sta fermo all'apparenza. Ecco perché Eraclito disprezza i 'dormienti', cioè coloro che, stando fermi alle apparenze della vita di ogni giorno, non riescono a concepire l'armonia degli opposti.
- In contrapposizione a tale *logos* come pensiero dell'opposizione sta ovviamente il *logos* che non accetta la contraddizione: e in effetti il principio di non contraddizione finirà per costituire uno dei cardini della costruzione logica di Aristotele e viene ancora oggi considerato un principio irrinunciabile della logica. La prima esigenza di tale *logos* non contraddittorio sarà posta da Parmenide.
- Ciò significa che si pone una frattura tra il pensiero ordinario, l'intelletto comune, e il pensiero speculativo: è quest'ultimo a cogliere (ad essere) il vero *logos*. Il pensiero speculativo può essere concepito in due modi: o come super-razionalità, cioè ragione che supera ma al tempo stesso comprende in sé quella dell'intelletto comune; oppure come accesso non razionale, cioè iniziatico o mistico, ad un *logos* e ad una realtà negata ai comuni mortali, legati al comune intelletto.
- Nel primo caso abbiamo le varie forme di filosofia che hanno contestato sia la logica ordinaria (come poi codificata da Aristotele, che non a caso viene vista come "logica dell'intelletto") sia la conoscenza aderente all'esperienza, e quindi non ammettente l'opposizione. Si pensi alla cosiddetta logica dialettica che supera e ingloba in sé quella formale; si pensi alla ragione speculativa di Hegel, che supera ed ingloba l'intelletto; insomma a tutti quei tentativi di trovare una superiore razionalità filosofica che permettesse una conoscenza del reale distinta e superiore al comune intelletto, che nel contempo si era esplicitata nella scienza matematicamente costruita e logicamente organizzata.
- Nel secondo caso siamo in presenza di tutte le filosofie che ritengono impossibile l'accesso al *logos* con delle strategie comunque razionali (anche se di una "superiore" razionalità) e quindi fanno ricorso a tecniche diverse: l'iniziazione, l'esoterismo, l'ascesi mistica, le pratiche meditative (orientali o occidentali), l'intuizione metafisica e così via. E' questo l'approccio che, come abbiamo visto nell'Introduzione, è stato negato con la nascita del pensiero razionale e discorsivo, ma che nella storia della filosofia tenta la ragione umana, così come il canto delle Sirene ha tentato Ulisse; solo le robuste funi che lo avvinghiavano all'albero maestro della sua nave gli hanno permesso di resistere a quel canto che egli pur volle sentire, non tappandosi le orecchie

con la cera come imposto ai suoi compagni di ventura.

La posizione di Eraclito è quella tipica del sapiente, di colui che partecipa di una conoscenza che non è disponibile per i comuni mortali e che proviene da un sapere anteriore alla filosofia: quello sacerdotale, comunicato agli iniziati dei misteri. E' appunto quel sapere che, quando si esprime nel discorso, non può che assumere una veste contraddittoria, paradossale e quindi richiede all'uomo la forzatura dei suoi normali schemi argomentativi, per accedere ad una realtà non esplicitamente manifesta. Per cui il suo discorso è enigmatico; onde l'ipotesi che "tutta la sapienza di Eraclito sia un tessuto di enigmi che alludono a un'insondabile natura divina" (G. Colli, *La nascita della filosofia*, p. 68). Così si esprime Colli:

Non è che Eraclito critichi le sensazioni. Egli loda anzi la vista e l'udito, ma ciò che condanna è il trasformare l'apprensione sensoriale in qualcosa di stabile, esistente fuori di noi. L'esperienza dei sensi noi l'afferriamo istantaneamente e poi la lasciamo cadere; se vogliamo fissarla, inchiodarla, la falsifichiamo. Questo è il significato dei frammenti che tradizionalmente vengono interpretati a sostegno di una presunta dottrina eraclitea del divenire. Eraclito non crede che il divenire sia più reale dell'essere; crede semplicemente che ogni "opinione è una malattia sacra", ossia che ogni elaborazione delle impressioni sensoriali in un mondo di oggetti permanenti sia illusionistica. Per questo egli dice per esempio: 'nello stesso fiume non è possibile entrare due volte'. Non c'è un fiume fuori di noi, ma soltanto una fuggevole sensazione in noi, cui noi diamo il nome di fiume, di uno stesso fiume, quando più volte si presenta a noi una sensazione simile alla prima: ma ogni volta non c'è altro di concreto se non appunto una sensazione istantanea, cui non corrisponde nulla di oggettivo. Soprattutto tali sensazioni non documentano nulla di permanente, sebbene siano simili; se vogliamo designare ciascuna di esse con il nome di fiume, possiamo farlo, ma ogni volta si tratterà di un fiume nuovo (*ib.*, pp. 65-6).

Con Eraclito entra pertanto nel pensiero occidentale un tema logico fondamentale: è ammissibile un pensiero che contempra in sé la contraddizione? E' la logica irrimediabilmente nemica di essa? Per lungo tempo logica e contraddizione sono stati nemici irconciliabili ed anzi lo statuto della logica si è definito proprio come pensiero libero da contraddizione e quindi coerente. Onde il discorso che conduce a contraddizione è di per sé ritenuto non valido. Tale cammino è già implicito nella logica dell'identità di Parmenide.

2. La logica dell'identità di Parmenide.

Parmenide è importante per la storia della logica in quanto enuncia con estremo rigore il principio della non-contraddittorietà quale carattere peculiare della conoscenza razionale e scientifica. Con ciò pone una serie di proibizioni circa il retto pensiero e circa la possibilità di *dire* questo pensiero. I discorsi scientifici debbono pertanto essere dotati di particolari requisiti ed in primo luogo quello di dire la 'verità' di ciò che è, essendo ciò che non è 'falso' e quindi da non dirsi. In tal modo, sia pure in forma implicita, possiamo collocare Parmenide alle origini della lo-

gica formale.

Leggiamo alcuni suoi brani:

Bisogna che tu impari a conoscere ogni cosa, sia l'animo inconcusso della ben rotonda Verità, sia le opinioni dei mortali, nelle quali non risiede legittima credibilità. Ma tuttavia anche questo apprenderai, come le apparenze bisognava giudicasse che fossero chi in tutti i sensi tutto indaghi. (fr. B.1)

Orbene io ti dirò, e tu ascolta attentamente le mie parole, quali vie di ricerca sono le sole pensabili: l'una <che dice> che è e che non è possibile che non sia, è il sentiero della Persuasione (giacché questa tien dietro alla Verità); l'altra <che dice> che non è e che non è possibile che non sia; questa io ti dichiaro che è un sentiero del tutto inindagabile: perché il non essere né lo puoi pensare (non è infatti possibile), né lo puoi esprimere. (fr. B.2)

Bisogna che il dire e il pensare sia l'essere: è dato infatti essere, mentre nulla non è; che è quanto ti ho costretto ad ammettere. Da questa prima via di ricerca infatti ti allontanano, eppoi inoltre da quella per la quale mortali che nulla sanno vanno errando, gente dalla doppia testa. Perché è l'incapacità che nel loro petto dirige l'errante mente; ed essi vengono trascinati insieme sordi e ciechi, istupiditi, gente che non sa decidersi, da cui l'essere e il non essere sono ritenuti identici e non identici, per cui di tutte le cose reversibile è il cammino. (fr. B.6)

Perché non mai questo può venir imposto, che le cose che non sono siano [...]. (fr. B.7)

Ma tu da questa via di ricerca allontana il pensiero né l'abitudine nata dalle molteplici esperienze ti costringa lungo questa via, a usar l'occhio che non vede e l'udito che rimbomba di suoni illusori e la lingua, ma giudica col raziocinio la pugnace disamina che io ti espongo. Non resta ormai che pronunciarsi sulla via che dice che è. Lungo questa sono indizi in gran numero. Essendo ingenerato è anche imperituro, tutt'intero, unico, immobile e senza fine. Non mai era né sarà, perché è ora tutt'insieme, uno, continuo. Difatti quale origine gli vuoi cercare? Come e donde il suo nascere? Del non essere non ti permetterò né di dirlo né di pensarlo. Infatti non si può né dire né pensare ciò che non è. Di modo che è necessario o che sia del tutto o che non sia per nulla. Giammai poi la forza della convinzione verace concederà che dall'essere alcunché altro da lui nasca. Perciò né nascere né perire gli ha permesso la giustizia disciogliendo i legami, ma lo tien fermo. La cosa va giudicata in questi termini; è o non è. Si è giudicato dunque, come di necessità, di lasciar andare l'una delle due vie come impensabile e inespriabile (infatti non è la via vera) e che l'altra invece esiste ed è la via reale. L'essere come potrebbe esistere nel futuro? In che modo mai sarebbe venuto all'esistenza? Se fosse venuto all'esistenza non è e neppure se è per essere nel futuro. In tal modo il nascere è spento e non c'è traccia del perire. Neppure è divisibile, perché è tutto quanto uguale. Né vi è in alcuna parte un di più di essere che possa impedirne la contiguità, né un di meno, ma è tutto pieno di essere. [...] E' la stessa cosa pensare e pensare che è: perché senza l'essere, in ciò che è detto, non troverai il pensare: null'altro infatti è o sarà eccetto l'essere, appunto perché la Moira lo forza ad essere tutto intiero e immobile. Perciò saranno tutte soltanto parole, quanto i mortali hanno stabilito, convinti che fosse vero: nascere e perire, essere e non essere, cambiamento di luogo e mutazione del brillante colore. (fr. B.8)

Possiamo in questi testi di Parmenide notare le seguenti caratteristiche attinenti alla logica:

- Innanzi tutto notiamo (fr. B.1) come anche in Parmenide, oltre ad Eraclito, esista la contrapposizione tra la Verità, cui perviene solo il saggio e che è frutto di conquista razionale, e l'apparenza (la *doxa*) che è invece il campo dei comuni mortali (la “gente dalla doppia testa”, fr. B.6), che stanno aderenti all'immediatezza sensibile. Ma in cosa consiste la Verità per Parmenide e in cosa l'illusione? Qui la posizione di Eraclito sembra capovolta.
- Nel fr. B.2 (ma anche nel fr. B.7) abbiamo la risposta: il Vero consiste nell'affermare che ciò che è, è; e quindi nel negare che sia ciò che non è. Più esattamente, qui sono implicite due tesi, una di carattere ontologico ed una di carattere epistemologico:
 - la tesi *ontologica* consiste nel sostenere che *esiste* solo l'essere e non il non essere; ovvero, come è più esatto esprimersi, che ciò che è, è; e che ciò che non è, non è;
 - la tesi *epistemologica* consiste nel sostenere che la Verità sta nell'*affermare* che ciò che è, è; ovvero nel non affermare come esistente il non essere, ciò che non è.

Tali due tesi sono sinteticamente espresse all'inizio del fr. B.6: “Bisogna che il dire e il pensare sia l'essere: è dato infatti essere, mentre nulla non è”.

- Ne segue che è con ciò implicitamente affermato il cosiddetto “principio di identità”: infatti se è ciò che è, allora non è ciò che non è; per cui non possiamo che affermare ciò che affermiamo. Interpretiamo ciò con la doppia negazione: se p allora non-non- p . In formule:

$$p \sqsupset \sqsupset p$$

Si vede immediatamente che tale espressione è una tautologia e quindi sempre vera (per una breve presentazione di alcune basilari nozioni di logica formale vedi l'Appendice). Il che ci fa ipotizzare che Parmenide conoscesse già la legge della doppia negazione (negare due volte una proposizione significa affermarla). Viceversa, riguardo alla seconda via (sostenente l'esistenza di ciò che non è), Parmenide ribadisce che è inammissibile sostenere che ciò che non è, sia. Ciò si può dimostrare con una semplice inferenza logica: da $\sqsupset p \sqsupset \sqsupset p$ (“non è e non è vero che non è”) segue immediatamente, per la legge della doppia negazione, che $\sqsupset p \sqsupset p$, che è una palese contraddizione. Onde per questa via è evidente come Parmenide rifiutasse anche di ammettere la contraddizione.

È chiara a questo punto la differenza da Eraclito: in effetti si assiste tra i due ad uno scambio tra ciò che è vero e ciò che è falso, essendo per l'uno vero ciò che per l'altro è falso:

- Per Eraclito l'apparenza, di cui sono preda i comuni mortali, sta nel restare fermi all'opposizione, pensando che ogni cosa stia solo in sé;

ed invece il *logos*, accessibile dal sapiente, consiste nel cogliere l'identità degli opposti; quindi negazione dell'impossibilità della contraddizione.

- Per Parmenide l'apparenza, anch'essa propria degli “uomini dalla doppia testa”, è il credere che l'essere e il non essere siano identici e quindi ammettere la possibilità che esistano realtà opposte, come nascere e perire o cambiamento di luogo o mutazioni di colore (fr. B.8); mentre invece il pensiero razionale consiste nell'affermare solo ciò che è; ovvero impossibilità di ammettere la contraddizione.

Emerge una singolare circostanza: Eraclito e Parmenide, nei riferirsi con disprezzo agli uomini comuni non in grado di cogliere il Vero, attribuiscono loro errori diametralmente opposti: il primo li rimprovera, in sostanza, di stare attaccati ad una logica dell'identità, il secondo invece di ammettere la contraddizione. Come è possibile che una comune realtà empirica, il mondo degli uomini ed i loro comportamenti razionali, abbia potuto dar luogo ad una così drastica divergenza? Qui entra in gioco la funzione che il verbo “essere” ha nel linguaggio, coi suoi modi diversi di utilizzarlo. Dal dissidio tra Eraclito e Parmenide emerge una questione decisiva per il sorgere della logica: la equivocità del verbo “essere” e la sua duplice funzione predicativa ed esistenziale.

- Tale problema fa parte di quella “coalescenza logico-ontologico-semantică”, tipica del pensiero presocratico arcaico, cui abbiamo prima accennato. Essa consiste nel non distinguere chiaramente tra piano logico, piano epistemico e piano ontologico. Abbiamo infatti visto che Parmenide ha innanzi tutto espresso una tesi ontologica:

ciò che è, è; ovvero esiste solo l'essere

Ha inoltre espresso una tesi epistemologica:

la verità consiste nel dire che è ciò che è

Infine, abbiamo visto che in queste tesi ne era implicita anche una di carattere logico:

non è possibile affermare ed al tempo stesso negare *p*.

Come si è in seguito chiarito (grazie al logico polacco J. Łukasiewicz), questi sono tre piani diversi che non si devono confondere. Infatti, mentre sul piano logico abbiamo a che fare con la coerenza o meno del discorso, ovvero con ciò che prima abbiamo chiamato la sua validità, invece è sul piano epistemico che si pone il problema della verità. Un discorso coerente non per questo è vero: si possono rispettare i principi di non contraddizione e di identità e non per ciò avremmo proferto un discorso vero, che cioè ci dica come le cose stanno. Invece è tipico della mentalità presocratica fondere questi tre piani, per cui realtà, verità e non contraddizione fanno tutt'uno; con la conseguenza che il discorso non contraddittorio è di per sé vero e il discorso vero parla di ciò che è. Era inconcepibile per la mentalità del VI sec. il poter dire od esprimere qualcosa che non fosse reale; pertanto il discorso falso era assurdo, in quanto esso avrebbe dovuto dire ciò che non è: “... infatti lo stesso è il pensare e l'essere”, afferma Parmenide. Questi tre momenti o piani, che in Parmenide risultano sovrapposti e fusi, saranno disarticolati e separatamente demoliti da Gorgia, per trarne conclusioni opposte a quelle dell'Eleate

e così scindere il linguaggio dall'essere: in tal modo, il primo diventa una semplice tecnica formale della confutazione, indifferente alla verità degli enunciati e del tutto opaca rispetto all'essere. E' su questa base che poi sarà possibile da parte di Aristotele la distinzione tra validità e verità del discorso, nel tentativo di fare della correttezza logica dell'argomentazione lo strumento della filosofia in grado di cogliere la verità. Invece la scissione tra verità e realtà sarà molto più tarda, in quanto in questo caso bisogna abbandonare la concezione della verità come corrispondenza, molto radicata sia nel senso comune come anche nella tradizione filosofica.

- Tale coalescenza incide anche sul modo di considerare il verbo "essere". Esso può infatti avere un uso predicativo, di tipo logico, per cui adempie la funzione di copula del giudizio, come quando diciamo "Socrate è ateniese"; in tal caso esso esprime una qualità che si predica di un soggetto. Oppure può avere valore esistenziale, ontologico, e quindi esprimere un giudizio sulla esistenza o la non esistenza di un ente, come quando affermo "Socrate è" intendendo con ciò che Socrate esiste. Tale duplice accezione può dar luogo a confusione e portare allo scambio di questi due usi, senza le opportune cautele.
- Così quando Eraclito afferma che di un ente si possono affermare cose opposte, aveva in mente l'uso predicativo del verbo "essere": dire che un oggetto *è* e *non è* contemporaneamente significa in questo caso che di esso si possono predicare molteplici proprietà: un oggetto *è* bianco e *non è* nero, *è* vivo e *non è* morto, *è* grande e *non è* piccolo; ne consegue che ogni oggetto *è* e *non è* contemporaneamente: è una proprietà ed al tempo stesso non è altre proprietà. Viceversa Parmenide dava una interpretazione esistenziale del verbo "essere" per cui ovviamente ciò che è (cioè esiste) non può al tempo stesso non essere (cioè non esistere).
- Tuttavia la mancata distinzione tra le due accezioni faceva sì che Eraclito dal senso predicativo finisse per trapassare in quello esistenziale, intendendo quindi l'essere anche come esistere con l'affermare che tutto esiste e non esiste al tempo stesso; per cui, sul piano logico questo si traduceva nell'affermazione della contraddizione, in quanto equivale a dire che un oggetto è bianco ed al tempo stesso non è bianco. Come si vede, in questo caso si predica al tempo stesso l'esistenza e la non esistenza della bianchezza quale proprietà di un dato oggetto.
- A sua volta Parmenide passava dal senso esistenziale di essere a quello predicativo, per cui finiva per negare la possibilità della stessa predicazione negativa. Se infatti il discorso vero parla di ciò che esiste, allora quello falso dovrebbe esprimere ciò che non esiste; il che è assurdo. Ne segue che l'essere non può accogliere in sé alcuna molteplicità di qualità, in quanto ciò avrebbe significato ammettere il non-essere. Ne derivano le conseguenze esemplificate nel fr. B.8: immutabilità, eternità, compattezza, unitarietà; una sfera perfetta in cui nulla avviene e non esiste alcuna differenza qualitativa. Ma la conseguenza di ciò è che, o quando si parla si esprime il vero, oppure se non si vuol cadere nell'assurdo si deve tacere. Ecco perché Parmenide finiva per sostenere che la via della verità è soltanto quella che dice "è": questa è a rigore l'unica espressione priva di contraddittorietà. Tutte le altre espressioni appartengono al mondo dell'apparenza e sono pronunciate da quegli uomini dalla "doppia testa" (e tra questi ci sta ovviamente Eraclito) che vivono nell'errore e nell'opinione, "sordi, ciechi e instupiditi" (fr. B.6).

Questi problemi furono molto sentiti dai Greci, come si evince dalla lettura dell'*Eutidemo* di Platone o degli *Elenchi sofistici* di Aristotele; così da una parte assistiamo al caso di Eutidemo, famoso per la sua imbatibilità, che passa con disinvoltura dalla proposizione "Teeteto non è sa-

piante” alla proposizione “Teeteto non è, quindi è morto”. Dall’altra vediamo come i Sofisti abbiano costruito la loro fortuna su giochi linguistici facenti uso dell’ambiguità del verbo ‘essere’. Ma di ciò ci occuperemo in seguito.

3. La logica dell’impossibile di Zenone

Zenone di Elea, discepolo di Parmenide, viene considerato da Aristotele l’inventore della “dialettica”. In effetti il termine ‘dialettica’ è il primo ad avere un carattere tecnico: esso viene introdotto da Platone, che parla di *dialektiké tékne* (arte dialettica); l’espressione ‘logica’ verrà introdotta solo dagli Stoici, mentre Aristotele utilizza ‘logico’ nel senso di probabile, usando invece ‘analitico’ per ciò cui noi ci riferiamo con ‘logico’. Il termine ‘dialettica’ deriva dal verbo *dialeghestai*, che significa discorrere, discutere, o con altri o con se stessi, mediante domande e risposte. E’ pertanto facile identificare la dialettica, intesa quale arte dell’argomentare in discorsi e tecnica dei ragionamenti confutativi o persuasivi, con la logica. Questo termine, inteso in questa accezione, ha avuto in seguito fortuna, passando alla sofistica, alle scuole socratiche non platoniche e a Platone, nel quale raggiunge il suo culmine nel dialogo *Sofista*, dove viene intesa quale metodo della divisione. In Aristotele, invece, essa riceve una sua accezione particolare (‘dialettico’ è il sillogismo avente una premessa non apodittica).

Nell’attribuire a Zenone l’invenzione della dialettica, Aristotele si riferiva alla tecnica confutatoria da lui usata per difendere la filosofia del maestro Parmenide. Tali intenzioni sono dichiarate dallo stesso Zenone, nelle parole che gli mette in bocca Platone:

I miei scritti sono un aiuto alla tesi di Parmenide contro coloro che cercano di ridicolizzarlo sulla base dell’affermazione che, se l’Uno è, da questa asserzione derivano innumerevoli conseguenze ridicole e contraddittorie. I miei argomenti, opponendosi a coloro che sostengono il molteplice, rendono loro la pariglia con gli interessi, dimostrando che, se si accetta la loro ipotesi che esiste la molteplicità, ne conseguono effetti ancora più ridicoli che dalla tesi dell’esistenza dell’unità, qualora si sia capaci di sviluppare adeguatamente il ragionamento.

(Platone, *Parmenide* 128 C-D. Trad. di M. Migliori)

Ciò veniva fatto in modo indiretto: contro coloro che mettevano in luce le conseguenze ridicole che scaturivano dalle dottrine parmenidee, Zenone usava la tecnica che consiste nell’accettare le tesi avversarie per derivarne poi conseguenze contraddittorie che le falsificano, con ciò verificando le tesi sostenute da Parmenide. In tal modo egli faceva uso del principio di non-contraddizione ed accettava inoltre implicitamente il cosiddetto “principio del terzo escluso”. Ma vediamo come procedono le sue argomentazioni, fornendo una ricostruzione delle più celebri. Esse possono essere divise in due gruppi: quelle contro la molteplicità e quelle contro il moto. Le prime partono dall’ammissione della molteplici-

cità e fanno vedere come questo concetto conduca di per sé alla contraddizione. Le seconde, invece, tendono a dimostrare che l'ammissione della molteplicità, e quindi della divisibilità dell'ente, conduce all'assurdità dell'inesistenza del moto.

▪ **Argomento contro la molteplicità.**

Una delle tesi di Parmenide consisteva nel negare la molteplicità a favore dell'unitarietà dell'essere. Per sostenere la tesi del maestro, Zenone quindi partiva dall'accettazione del molteplice per far vedere che si arriva ad una contraddizione. Ecco uno degli argomenti di Zenone:

Se gli enti sono molti è necessario che siano tanti quanti sono e non più né di meno. Ma se sono tanti quanti sono saranno limitati.

Se gli enti sono molti sono infiniti: sempre infatti in mezzo agli enti ve ne sono altri e in mezzo a questi di nuovo degli altri. E in tal modo gli enti sono infiniti. (fr. B.3)

Dunque se si ammette la molteplicità si arriva a due conclusioni tra loro contraddittorie: gli enti sono in numero finito ed in numero infinito; ma non è possibile che tale conclusione sia vera, quindi non esiste la molteplicità. Esprimendo ciò in formule abbiamo:

$$\{[p \wedge (q \wedge \neg q)] \wedge \neg(q \wedge \neg q)\} \wedge \neg p$$

Dalla premessa p si deriva qualcosa di impossibile, in quanto contraddittorio; ma ciò che è contraddittorio non è accettabile, quindi si deve negare la premessa ($\neg p$). Tale tecnica viene detta *reductio ad impossibile* ed è più forte della *reductio ad absurdum*. Nel primo caso si ubbidisce solo alle condizioni formali di validità del ragionamento, che porta alla refutazione (*elenchos*) della tesi quando si dimostri che essa implica una contraddizione. La seconda, quella *ad absurdum*, invece, demolisce l'argomento col mostrare semplicemente la falsità di fatto delle conseguenze che se ne traggono. Quest'ultima tecnica è propria di due degli argomenti sul moto e sarà tipicamente socratica: Socrate nel *Menone* sostiene che se la virtù fosse insegnabile, allora i virtuosi la insegnerebbero ai loro figli; ma è risaputo che Pericle, Temistocle ed Aristide non riuscirono a rendere virtuosi i propri figli. In questo caso la tesi filosofica "la virtù si può insegnare" è confutata deducendo da essa una conseguenza empirica della quale è nota la falsità. Lo schema proposizionale usato è il seguente:

$$[(p \wedge q) \wedge \neg q] \wedge \neg p$$

Tale schema in logica si chiama *modus tollendo tollens* ed è alla base del metodo della falsificazione di Popper (vedi la parte sulla logica Megarico-Stoica). Infatti da una certa tesi (p) si deduce una certa conseguenza (q); si constata che questa conseguenza non si realizza empiricamente ($\neg q$), quindi si confuta le tesi ($\neg p$).

▪ **Argomenti contro il moto**

Sono questi i più celebri di Zenone e sono diretti a difendere la tesi parmenidea dell'impossibilità della divisione dell'essere (ovvero la sua natura compatta e omogenea), in quanto questa avrebbe significato l'ammissione del non-essere. Per far ciò Zenone fa vedere come il movimento – sia se presuppone la divisibilità infinita, sia se invece si assume che la divisione ad un certo punto abbia termine (cioè esistono degli enti indivisibili, per quanto piccoli) – è comunque impossibile; onde si deve rigettare la tesi della divisibilità, con ciò dando ragione al maestro Parmenide. Si badi che scopo di Zenone non era tanto quello di dimostrare l'inesistenza di fatto del moto (a ciò ben poteva replicare il cinico Antistene col

levarsi in piedi e cominciare a camminare), quanto negare il presupposto su cui esso si basava: la possibilità della divisione (infinita o finita che fosse).

Di tali argomenti non abbiamo frammenti diretti di Zenone, ma solo testimonianze indirette, le più accurate delle quali sono quelle di Aristotele e di Simplicio. Essi sono quattro: quello della dicotomia, quello di Achille e la tartaruga, quello della freccia e quello dello stadio. Presentiamo per primi quelli che si basano sulla possibilità della infinita divisione dello spazio (che sta alla base della cosiddetta ipotesi *continuista*) e quindi quelli che invece assumono lo spazio non sia infinitamente divisibile (spesso indicata come ipotesi *atomista*).

- *Argomento della dicotomia.* Consiste nel sostenere che un oggetto in movimento non può arrivare mai al termine della traiettoria, perché prima di percorrere l'intero tratto deve percorrerne la metà, e la metà della metà e così via. Sicché il moto non può neanche avere inizio. Come si vede esso si basa sulla possibilità di dividere infinitamente uno spazio; per cui il ragionamento si può ricostruire in questo modo:

se lo spazio è infinitamente divisibile
(tesi avversaria)

allora

il moto non esiste
(conseguenza paradossale o assurda)

ma

il moto di fatto esiste
(constatazione di fatto)

dunque

lo spazio non è infinitamente divisibile
(negazione della tesi e conferma della posizione parmenidea).

E' facile constatare che in questo caso lo schema è quello della *reductio ad absurdum*:

$$[(p \supset q) \wedge \neg q] \supset \neg p$$

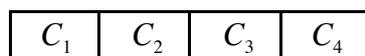
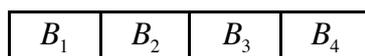
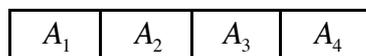
Si noti infine come tutto il ragionamento si muova sul piano dell'apparenza, cioè di quel mondo sensibile cui sono attaccati gli "uomini dalle doppie teste" e tende a dimostrare come, a partire dalle loro stesse premesse e restando attaccati a quanto loro appare evidente, si arrivi a delle conclusioni assurde, con ciò dimostrando come la pretesa assurdit  sostenuta da Parmenide (che il moto non esiste su di un piano razionale, cio  quello che concerne l'essere)   invece l'unica verit . Il che si pu  dire anche cos : la fedelt  all'apparenza sensibile porta necessariamente a delle difficolt  concettuali non risolvibili se non transitando su di un piano speculativo pi  elevato, nel quale esse sono risolte, anche se in modo controintuitivo. Ma   solo questo piano razionale quello possibile. Analoghe considerazioni possono esser fatte per gli altri argomenti.

- *Argomento di Achille e la tartaruga.* Achille insegue una tartaruga che ha un vantaggio iniziale su di lui, ma una velocit  inferiore. Zenone dimostra che Achille non la raggiunger  mai. Cerchiamo di spiegare il perch  con termini nostri. Assumiamo che il tratto che separa il punto *A* in cui si trova Achille da quello *B* in cui   la tartaruga sia di 100 Km ed inoltre che la velocit  di Achille sia di 100 Km/h e quella della tartaruga di 10 Km/h. Quando Achille avr  in un'ora percorsi i 100 Km che lo separano dalla tartaruga giungendo in *B*, nel

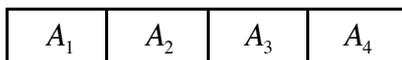
contempo questa avrà fatto 10 Km e sarà in *C*. Quando poi Achille sarà giunto in *C*, percorrendo 10 Km., la tartaruga avrà a sua volta percorso 1 Km e quindi sarà in *D*. Quando Achille avrà percorso il Km per giungere in *D*, la tartaruga avrà fatto 100 m e sarà giunta in *E*. Quando Achille sarà arrivato in *E*, allora la tartaruga avrà percorso altri 10 m e sarà in *F*; e così via. Dunque la distanza tra Achille e la tartaruga si ridurrà sempre più, divenendo sempre più piccola; ma essendo lo spazio infinitamente divisibile, sarà sempre possibile trovare tratti di strada più piccoli dei precedenti; quindi la distanza non si annullerà mai.

Anche in questo caso l'assunto di fondo è l'infinita divisibilità dello spazio, come nel caso precedente; la differenza sta nel fatto che nel primo caso l'assurdo sta nell'affermazione che il moto non esiste (in quanto a rigore non può neanche avere inizio); in questo caso invece l'assurdo sta nell'impossibilità da parte di Achille di raggiungere la tartaruga, ammessa l'esistenza del moto.

- *Argomento della freccia.* Esso si basa sull'ipotesi che lo spazio e il tempo siano composti di parti indivisibili (punti ed istanti). In ogni istante un corpo occupa un punto dello spazio esattamente uguale alla sua grandezza, e quando un corpo occupa uno spazio uguale alla sua grandezza è in quiete. Pertanto in ogni istante di movimento un mobile sarà in quiete e il movimento non può risultare dalla somma di stati di quiete.
- *Argomento dello stadio.* Si basa sull'ipotesi che lo spazio ed il tempo non siano infinitamente divisibili, cioè che esista un intervallo minimo di tempo, chiamamolo \square , del quale non ne esiste uno minore. Consideriamo ora i corpi di eguale grandezza e immobili A_1, A_2, A_3, A_4 ; siano B_1, B_2, B_3 e B_4 corpi della stessa dimensione che si muovono sulla destra in modo tale che ciascun B superi ciascun A nel minimo intervallo possibile \square . Anche i corpi C_1, C_2, C_3 e C_4 , sempre delle stesse dimensioni, si muovano verso sinistra in modo che anche ciascuno d'essi superi un A nel tempo \square . All'inizio sia avrà questa disposizione dei corpi:



Dopo l'intervallo \square le posizioni saranno le seguenti:



In tal modo il corpo B_4 avrà percorso lo spazio rappresentato da A_4 nel tempo \square ed analogamente C_1 avrà percorso lo spazio A_1 nel tempo \square . Ma nello stesso tempo, C_1 avrà anche percorso lo spazio occupato da B_1 e B_2 e quindi ne consegue che il tempo impiegato per percorrere lo spazio B_2 è dato da $\square/2$. Il che va contro l'assunzione iniziale che \square fosse il minimo intervallo possibile e si dimostra che non esistono quantità (e quindi spazi o enti) che non siano ulteriormente divisibili.

- Un altro modo di presentare tale argomento è quello di concludere che ogni singolo corpo C ha percorso nello stesso tempo uno spazio uguale (equivalente ad un solo A) e uno spazio diverso (equivalente a due B). Ma tale formulazione non ci sembra esatta in quanto si confondono moti relativi a punti di riferimento diversi (che ovviamente sono diversi anch'essi) (vedi Rossi-Viano, *Storia della filosofia*, vol. 1, L'Antichità, p. 61).

In questi due ultimi argomenti, il ragionamento si sviluppa in questo modo:

*se è vero che il moto esiste ed anche esistono quantità
(entità) non ulteriormente suddivisibili*

allora

*esistono quantità non ulteriormente divisibili e
non esistono quantità ulteriormente divisibili;*

ma

*non è possibile che al tempo stesso esistano quantità non ulteriormente divisi-
bili e
non esistano quantità ulteriormente divisibili*

quindi

*non è vero che il moto esiste ed
esistono quantità non ulteriormente suddivisibili.*

Nel calcolo proposizionale la formula è un po' più complessa di quella che abbiamo visto nell'argomento contro la molteplicità, ma ha tuttavia la medesima struttura:

$$\{[(p \square q) \square (q \square \square q)] \square \square (q \square \square q)\} \square \square (p \square q)$$

nella quale dall'assurdo di ammettere una contraddizione ne deriva logicamente la negazione delle premesse. Si noti che in questo caso l'assurdo non consiste in una impossibilità di fatto, bensì nella necessità di dover ammettere una contraddizione; è la non ammissibilità di questa a far rigettare la tesi. E' evidente dunque come il principio di non contraddizione assuma con Zenone un ruolo centrale nella dimostrazione e abbia la forza necessaria a rigettare le tesi che portano alla sua violazione.

Gli argomenti di Zenone, specie quelli sul moto, hanno avuto una straordinaria fortuna nella storia della filosofia e hanno impegnato anche i matematici nella loro soluzione (ne è testimonianza la sterminata letteratura esistente). Infatti gli argomenti contro il movimento fanno entrare in campo un concetto estremamente importante nell'analisi matematica, quello di *continuo*, per chiarire il quale si è dovuto aspettare la nascita del cosiddetto calcolo infinitesimale dell'Ottocento. Ciò ha fatto sì che Zenone venisse preso molto sul serio dai matematici e i suoi argomenti furono tutt'altro che ritenuti futili giochi di parole. Così ad esempio

Bertrand Russell afferma:

In questo mondo capriccioso, nulla è più capriccioso della fama presso i posteri. Una delle più notevoli vittime della mancanza di senno è Zenone di Elea. Malgrado abbia inventato quattro argomentazioni tutte smisuratamente sottili e profonde, la stupidità dei filosofi a lui successivi, proclamò che Zenone non era altro che un ingegnoso giocoliere e le sue argomentazioni erano tutte sofismi. Dopo duemila anni di continua confutazione, questi sofismi sono stati nuovamente enunciati, e formarono la base di una rinascita della matematica, ad opera di un professore tedesco [Georg Cantor, il fondatore della teoria degli insiemi], il quale probabilmente non sognò mai che esistesse qualche legame tra lui e Zenone. Weierstrass, col bandire rigorosamente tutti gli infinitesimali, ha finalmente dimostrato che noi viviamo in un mondo immutabile, e che la freccia in ogni singolo istante del suo volo, è realmente in quiete.

(B. Russell, *I principi della matematica*,
Newton Compton, Roma 1977, p. 532)

In genere si è ritenuto che la soluzione sia rinvenibile all'interno della teoria delle successioni mediante il concetto di *limite*; è stata questa la tesi sostenuta, tra i maggiori, da Descartes, Peirce e Whitehead. Vi è tuttavia chi, come Max Black, sostiene che la corrente confutazione matematica dei paradossi di Zenone non funziona. Ma vediamo come viene affrontato l'argomento della dicotomia in un moderno manuale di matematica (cfr. T.O. Apostol *Calcolo*, volume primo, *Analisi 1*, Boringhieri, Torino 1980, pp. 444-9).

- **Soluzione matematica del paradosso della dicotomia**

La presentazione di tale paradosso è da Apostol fatta con alcune varianti che però non inficiano la sostanza dell'argomentazione. Ne parafrasiamo il testo, cercando di renderlo più perspicuo (e matematicamente meno impegnativo).

Supponiamo che un corridore nel percorrere a velocità *costante* il tratto di strada assegnatogli, parta dal punto indicato con 1 e debba raggiungere il punto indicato con 0. Prima dovrà percorrere la metà del tragitto, cioè $1/2$ di esso; quindi dovrà ulteriormente percorrere la metà del tragitto restante di $1/2$, ovverosia $1/4$; quindi la metà di $1/4$, ovvero $1/8$; e poi ancora $1/16$ e così via. Queste frazioni, ciascuna delle quali è la metà della precedente, suddividono l'intero segmento in un numero infinito di porzioni sempre minori, e per percorrere ciascuna di esse è richiesta una quantità di tempo positiva; per cui il tempo richiesto per percorrere l'intero tragitto è la somma totale di tutte queste quantità. La tesi di Zenone consiste nel dire che il corridore non può mai giungere la meta in quanto il tempo che dovrebbe impiegare sarebbe infinito. Il che equivale a dire che la somma di tutte le quantità di tempo impiegate per percorrere ciascuna frazione di cammino dà come risultato un numero infinito. Detto ancora altrimenti, ciò significa sostenere la tesi che la somma di un numero infinito di numeri reali, per quanto sempre più piccoli, dà come risultato un numero infinitamente grande.

Questa tesi è stata dimostrata falsa matematicamente solo duemila anni dopo Zenone, quando è stata creata la teoria delle serie; nei secoli XVII e XVIII i matematici cominciarono a comprendere che è possibile estendere l'idea della somma ordinaria da insiemi *finiti* di addendi a un numero *infinito* di addendi, di modo che anche una serie infinita di numeri positivi avesse una somma finita.

Applichiamo tale concetto di somma della serie al caso del corridore. Supponiamo che egli impieghi il tempo t per percorrere $1/2$ (cioè la prima metà) del tratto di strada; per percorrere il successivo quarto di strada impiegherà ovviamente $t/2$; l'ulteriore ottavo richiederà $t/4$. Si vede che la somma di n intervalli temporali sarà la seguente:

$$t + \frac{t}{2} + \frac{t}{4} + \frac{t}{8} + \dots + \frac{t}{2^n} + \dots$$

Questa è appunto una *serie*. Come possiamo determinare la sua somma? Per un caso così semplice basta fare una considerazione fisica: se un corridore che viaggia a velocità costante ha impiegato il tempo t a percorrere metà del percorso, allora per fare tutta la strada dovrà impiegare il doppio del tempo, cioè $2t$. In base a questo ragionamento la somma della serie data sarebbe:

$$t + \frac{t}{2} + \frac{t}{4} + \frac{t}{8} + \dots + \frac{t}{2^n} + \dots = 2t$$

A questa conclusione, basata sul buon senso, la teoria della serie dà un preciso significato. L'idea su cui essa si basa è la seguente: sommiamo prima un numero *finito* di termini, diciamo i primi n termini e indichiamo con S_n la somma così ottenuta. Abbiamo così:

$$S_n = t + \frac{t}{2} + \frac{t}{4} + \frac{t}{8} + \dots + \frac{t}{2^{n-1}}$$

Questa somma è detta *somma parziale n-esima della serie*. Vediamo ora il comportamento di S_n quando n assume valori sempre maggiori. In particolare – è appunto questo il caso che ci interessa – vediamo a cosa tendono le somme parziali S_n quando n tende all'infinito, cioè quando gli intervalli di tempo che il nostro corridore deve impiegare per raggiungere la meta sono infiniti. Calcoliamo alcune di queste somme parziali:

$$S_1 = t$$

$$S_2 = t + \frac{t}{2} = \frac{2t+t}{2} = \frac{3}{2}t$$

$$S_3 = t + \frac{t}{2} + \frac{t}{4} = \frac{4t+2t+t}{4} = \frac{7}{4}t$$

$$S_4 = t + \frac{t}{2} + \frac{t}{4} + \frac{t}{8} = \frac{8t+4t+2t+t}{8} = \frac{15}{8}t$$

Possiamo riscrivere questi risultati nel modo seguente, mettendo in evidenza t :

$$S_1 = (2 - 1)t$$

$$S_2 = (2 - \frac{1}{2})t$$

$$S_3 = (2 - \frac{1}{4})t$$

$$S_4 = (2 - \frac{1}{8})t$$

E' facile vedere che tale successione di eguaglianze segue la formula seguente per ogni intero positivo n :

$$S_n = (2 - \frac{1}{2^{n-1}})t$$

Poiché la frazione $\frac{1}{2^{n-1}}$ tende a 0 quando n cresce indefinitamente, allora sarà vero che S_n tenderà a $2t$. Tale ultimo anello del ragionamento è quello che in matematica si chiama *passaggio al limite* e si scrive nel modo seguente:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2^{x+1}}$$

La sua soluzione matematica, in questi casi molto semplici, è facile; basta sostituire a x l'infinito e avremo allora il numero 1 diviso per un numero infinitamente grande, che dà come risultato 0. Quindi nella formula prima ottenuta per n , avremo come risultato che S_n , per n che tende all'infinito, tende a $2t$. Abbiamo così dimostrato che la somma di infiniti numeri positivi *non necessariamente* dà un numero infinitamente grande (ovviamente esistono casi in cui ciò avviene). Con ciò cade, se affrontato da un punto di vista matematico, l'argomento di Zenone e il nostro Achille raggiungerà la tartaruga o la freccia il suo bersaglio.

4. La logica dell'antinomia dei Sofisti

Anche nel caso dei Sofisti non abbiamo una consapevole riflessione sulla logica, ma solo argomentazioni in cui venivano abilmente applicate leggi logiche e si utilizzava la tecnica confutatoria allo scopo di demolire le tesi avversarie (in particolare quelle degli eleati). Le conseguenze di tali procedure sono rilevanti da un punto di vista logico. In particolare i Sofisti sono importanti per aver portato alla luce gli errori logici e i paradossi che insorgono da particolari usi del linguaggio e dalla ambiguità di alcuni suoi termini, e tra questi in primo luogo il verbo 'essere'. Sono questi i cosiddetti 'sofismi', cioè ragionamenti errati ma somiglianti a inferenze valide, che quindi possono facilmente trarre in inganno. Vediamo di analizzare alcuni casi tipici di argomentazioni sofiste per trarne il significato logico.

- **Un tipico sofisma.** Il problema di trovare gli errori logici nel ragionamento è stato uno di quelli che sempre hanno caratterizzato la ricerca logica. Tra i ragionamenti non validi, ma apparentemente tali, sono stati annoverati i sofismi, da Platone giudicati come gli pseudoargomenti usati dai Sofisti: essi sono delle deduzioni apparenti in cui si annida un errore di forma, che in seguito Aristotele nella sua opera *Confutazioni sofistiche* cercò di analizzare uno per uno e di confutare col metterne in evidenza l'errore. Anche Platone nell'*Eutidemo* dà degli esempi di tale tipo di argomentazione. Riportiamone un esempio:

"E allora tu, Ctesippo, hai un padre che è insieme porco e cane".

"Come il tuo" - disse.

"Di ciò - disse allora Dionisodoro - sarai subito convinto, Ctesippo, purché mi risponda. Dimmi, hai un cane?"

"E anche molto feroce" - rispose Ctesippo.

"Ha cagnolini?" - chiese.

"Certo, e altrettanto feroci" - rispose.

"Loro padre è dunque il cane?"

"Proprio io l'ho visto montare la cagna" - rispose.

"E allora, il cane non ti appartiene?"

"Sicuro" - disse.

"Dunque, è padre ed è tuo, perciò non è cane tuo padre e tu non sei fratello dei cagnolini?"

(Platone, *Eutidemo*, 298 d-e)

Lo schema logico di tale argomentazione è il seguente:

Questo cane è padre dei cagnolini
Questo cane è tuo
quindi

Questo cane è tuo padre e i cagnolini tuoi fratelli

Come si vede questo argomento è assai simile ad un argomento che invece è pienamente corretto, quale:

Questo cane è padre dei cagnolini

Questo cane è feroce

quindi

Questo cane feroce è padre dei cagnolini

In cosa consiste dunque la differenza tra i due ragionamenti? Perché affermiamo che il primo è un sofisma e nasconde in sé un errore logico o una fallacia, mentre invece il secondo è corretto? I sofisti non erano interessati a dare una risposta a queste domande. Essi si limitavano solo ad abilmente utilizzare argomentazioni di questo genere per dimostrare la potenza del discorso e la possibilità di sostenere o confutare qualsiasi tesi. Sarà con Aristotele che verranno analizzate argomentazioni di questo tipo all'interno della sua teoria del sillogismo e verranno date indicazioni per evitare argomentazioni scorrette di tale natura.

Una tesi strettamente collegata alla logica, e che viene attribuita ai Sofisti, consiste nella negazione del principio di non-contraddizione. Ciò scaturisce, secondo la testimonianza che ce ne dà Aristotele, dalla loro concezione gnoseologica:

E ancora, se su ciascuna cosa sono vere nello stesso tempo tutte le proposizioni contraddittorie, è chiaro che tutte quante le cose saranno una. Per esempio, se di ogni cosa si può o affermare o negare alcunché, saranno lo stesso una trireme, un muro ed un uomo; come necessariamente deve ammettere chi fa suo il ragionamento di Protagora. Poiché se a qualcuno pare che un uomo non sia una trireme, è chiaro che, perciò, non è una trireme; ma allora, anche è, dato che la proposizione contraria è vera.

(Aristotele, *Metaph.* G4.1007 b 18)

Da questa opinione deriva anche il ragionamento di Protagora... Se tutte le opinioni e tutte le apparenze sono vere, segue necessariamente che ciascuna è insieme vera e falsa. Poiché si danno spesso tra gli uomini opinioni contrarie, e chi non la pensa come noi, reputiamo che s'inganni; sicché per forza la stessa cosa insieme è e non è. Ammesso questo, si deve anche ammettere che tutte le opinioni sono vere. Per esempio, chi mentisce e chi dice il vero sostengono due cose opposte; ma se la realtà è così, [quale afferma Protagora], tutti dicono il vero

(Aristotele, *Metaph.* G5.1009 a 6).

Egli [Protagora] diceva che di tutte le cose misura è l'uomo, nient'altro venendo a dire che quel che a ciascuno sembra questo è anche sicuramente; e se così è, ne consegue che la stessa cosa è e non è, ed è cattiva e buona, e tutto l'altro che puoi dire per contrapposizioni, per il fatto che spesso una cosa ad alcuni pare bella, ad altri il contrario, e che misura è ciò che appare a ciascuno.

(Aristotele, *Metaph.* K6. 1062 b 13. a 35 27).

- Abbiamo visto che anche Eraclito ha negato il principio di non contraddizione; tuttavia la differenza tra la negazione sofista e quella Eraclitea è notevole: per quest'ultimo, infatti, tale negazione prelude ad una superiore razionalità accessibile solo al sapiente e che è espressa nel *logos*; invece per i Sofisti la negazione del principio ha un intento chiaramente nichilistico, demolitorio di ogni possibilità di conoscenza e quindi porta alla negazione della possibilità di pervenire a qualsivoglia verità.
- Inoltre dall'ultimo brano di Aristotele si trae una conseguenza importante per la consapevolezza logica di quest'ultimo: infatti sembra che egli sia consapevole della tesi logica per cui da una teoria contraddittoria si può dedurre qualsiasi co-

sa; è quanto in seguito verrà espresso dal teorema del medioevale Pseudo Scoto: *ex falso sequitur quodlibet*. Questa tesi è una banale conseguenza del calcolo proposizionale: se infatti ammettiamo come premessa una proposizione contraddittoria, allora in virtù del connettivo del condizionale, la conseguenza potrà essere indifferentemente una proposizione e la sua negazione:

$$(p \sqcap \neg p) \supset \neg p$$

$$(p \sqcap \neg p) \supset p$$

Queste due proposizioni sono entrambe delle tautologie; ne segue che da una contraddizione possiamo implicare correttamente sia, ad es., che Socrate è mortale, sia che Socrate non è mortale. Ecco perché, a partire da Aristotele, è stata posta la più grande cura di non permettere che nel corpo di una dimostrazione, come una delle sue premesse, fosse ammessa una contraddizione: ciò avrebbe infatti impedito di discriminare una tesi dalla sua contraria e quindi avrebbe vanificato di fatto ogni conoscenza. Ma appunto questo era l'obiettivo dei Sofisti, che pertanto ritenevano ammissibile la contraddizione.

La scissione tra linguaggio e realtà. Con i Sofisti si afferma per la prima volta la consapevolezza dell'importanza del linguaggio, che serve per persuadere gli altri e ottenere il consenso, controbattendo le tesi avversarie. La dialettica diventa l'arte della discussione formalizzata, nel senso che non importa l'argomento che viene discusso ma il modo, la "forma" appunto della discussione. In questo quadro vengono costruiti i *topoi*, i luoghi comuni del discorso che devono essere rafforzati o demoliti, sulla base della scelta di uno o dell'altro corno del dilemma, nell'interrogazione dialettica.

Tuttavia, il fatto che intorno ad ogni esperienza sia possibile sostenere due *logoi* in contrasto tra loro (e ciò segue dalla negazione del principio di non contraddizione), finisce per creare uno iato tra linguaggio e realtà. Quella unità che abbiamo visto presente nel pensiero arcaico tra piano ontologico, gnoseologico e logico, viene a conoscere ora una prima frattura: dalla possibilità di ammettere sul piano logico-linguistico discorsi contrapposti (i *dissoi logoi* o "discorsi duplici") e quindi di ammettere *verità* tra loro antinomiche, segue che il reale risulta inafferrabile sul piano logico e gnoseologico: esso è insondabile e completamente sottratto alla possibilità della conoscenza umana. I diversi discorsi possono essere valutati solo in modo pragmatico, solo in base alla loro *utilità*.

Si noti bene che la frattura è qui consumata tra il piano logico-gnoseologico, da una parte, e quello ontologico, dall'altra. Cioè resta ancora salda la coalescenza logico-gnoseologica: dalla possibilità di discorsi duplici, segue l'esistenza di verità diverse (secondo la famosa tesi di Protagora), e viceversa. Sarà per primo Platone a prendersi l'onere di demolire la tesi centrale di Gorgia dell'indipendenza del linguaggio dalla realtà, per restaurare la possibilità di un discorso veritativo; quindi Aristotele, per salvaguardare la possibilità della conoscenza del reale, opererà due mosse decisive per la nascita della logica formale: (a) l'inclusione del principio di non contraddizione tra le leggi supreme del

pensiero; (b) la separazione e distinzione tra il piano logico e quello gnoseologico e quindi tra la questione della verità della proposizione e quella della sua validità.

Il luogo in cui meglio viene messa in crisi la capacità espressiva del linguaggio nei confronti del reale, e quindi spezzata la solidarietà tra ontologia e logica-gnoseologia, è il trattato di Gorgia *Intorno al non ente o della natura*, in cui viene criticata la dottrina di Parmenide. In esso viene criticata la solidarietà stabilita dall'eleatismo tra parole e cose, per la quale "non si può dire e pensare ciò che non è".

- Nel trattato *Intorno al non ente o della natura* (del quale abbiamo due sintesi, quella di Sesto Empirico in *Adv. Math.* e quella dell'anonimo pseudo-aristotelico che ha scritto il trattato *De Melisso, Xenophane Gorgia*, in breve *M.X.G.*; noi seguiremo il testo di quest'ultimo) Gorgia si assume il compito di dimostrare tre tesi, tutte indirizzate alla critica e demolizione delle concezioni parmenidee:

1 – nulla esiste;

2 – se anche qualcosa esistesse, non sarebbe conoscibile;

3 – se anche qualcosa esistesse e fosse conoscibile, non sarebbe comunicabile o spiegabile ad altri.

Nell'argomentazione di Gorgia viene sfruttata abilmente la doppia accezione semantica del termine 'essere', che oscilla, a quanto pare senza che egli ne abbia chiara consapevolezza, tra il suo valore copulativo e quello esistenziale. Passando disinvoltamente dall'uno all'altro, Gorgia demolisce le tesi di Parmenide col mostrare non tanto l'insussistenza dell'essere o del non-essere, bensì la loro equipollenza, con la conseguente impossibilità di distinguere l'uno dall'altro. Ciò è evidente nel ragionamento seguente:

(4) E infatti, se il non essere consiste nel non esistere [valore esistenziale del verbo essere], il non essere per nulla sarà meno dell'essere; perché il non essere è non essere, e l'essere è essere [valore predicativo del verbo essere], sicché il fatto che le cose non siano non vale meno del fatto che esse siano [valore esistenziale del verbo essere].

E' chiaro qui che la dimostrazione che il non essere è (cioè esiste = valore esistenziale dell'è) deriva dall'affermazione che il non essere è non essere (valore copulativo di 'è') e quindi è (cioè esiste, passaggio al valore esistenziale di 'è') così come è (= esiste) l'essere. E' questo un tipo di sofisma che viene anche presentato da Platone nell'*Eutidemo* (283d): qui si argomenta che se Clinia diventa da ignorante sapiente (passando quindi dall'essere al non essere, ma in senso copulativo), allora egli muore in quanto non è (valore esistenziale del verbo essere).

Inoltre Gorgia utilizza contro Parmenide proprio i principi di non-contraddizione e di identità che questi aveva posto alla base della propria affermazione dell'esistenza del solo essere, ingenerando in tal modo una sorta di cortocircuito tra il piano logico e quello ontologico allo scopo di far saltare la loro solidarietà. Così egli continua la sua argomentazione:

(5) Se tuttavia il non essere esiste, allora, egli [Gorgia] afferma, l'essere, che è il suo contrapposto, non esiste; perché se il non essere è, è logico che l'essere non sia. (6) Nulla pertanto, egli afferma, può esistere, se essere e non essere non sono la stessa cosa. Che se poi fossero la stessa, neppure così alquanto esisterebbe; poiché il non ente non è, e così anche l'ente, dal momento che è la stessa cosa del non ente.

Dalla dimostrazione effettuata nel § 4 che il non essere è, segue che:

- l'essere non è (ovvero utilizzo del principio di non contraddizione: non è possibile ammettere insieme l'esistenza di essere e non essere);
- dunque nulla è, in quanto
 - il non essere non è (il non essere è infatti definito come ciò che non è; utilizzo del principio di identità: ciò che non è, non è)
 - e l'essere non è, per il ragionamento prima fatto.

Se d'altra parte essere e non essere fossero la stessa cosa, arriveremo allo stesso risultato per ovvi motivi.

La dimostrazione della prima tesi prosegue con la tecnica del ritorcere contro l'eleatismo le conseguenze che derivano dalla sua concezione dell'essere: l'infinità, l'immutabilità, l'unitarietà. Nel far ciò Gorgia utilizza gli stessi schemi argomentativi di Zenone, secondo la formula:

$$\{[p \supset (q \supset q)] \supset [(q \supset q) \supset \neg p]\} \supset \neg p$$

che è una implicazione valida (cioè una tautologia). I passi della dimostrazione sono i seguenti:

- si ammette la tesi che si vuole negare (ad es., che l'ente è: p);
- se ne traggono due conseguenze opposte (ad es., che esso è generato $[q]$ o non generato $[\neg q]$);
- si fa vedere come l'accettazione di queste conseguenze opposte comporti la negazione della tesi iniziale ammessa (*se $(q \supset q)$ allora $\neg p$*);
- quindi se ne conclude che tale tesi non può essere mantenuta, cioè è falsificata (*quindi $\neg p$*).

Ecco il relativo brano di Gorgia sopra ricostruito:

Se l'ente è, è o ingenerato o generato. E se è ingenerato lo suppone infinito per i principi di Melisso; ma l'infinito non potrebbe essere in alcun luogo. Né infatti potrebbe esser contenuto in se stesso, né in altro, perché ci sarebbero così due infiniti, il contenuto e il contenente. Ma se non vi è in alcun luogo, non è nulla secondo l'argomento di Zenone circa lo spazio. (10) Per queste ragioni dunque non è ingenerato, ma certo neppur generato. Nulla certo potrebbe generarsi dall'ente né dal non ente; perché se l'ente si trasformasse, non sarebbe più per se stesso ente, e così anche il non essere, se diventasse [qualcosa], non sarebbe più non essere. (11) Neppure dall'essere sarebbe possibile il divenire; se infatti il non essere non è, nulla può nascer dal nulla; se poi il non essere per se stesso è, per quelle stesse ragioni per cui nulla può nascer dall'essere, egualmente non può dal non essere. (12) Se dunque, posto che qualcosa esista, essa deve essere necessariamente o ingenerata o generata, e questo è impossibile, è impossibile che qualcosa anche esista.

In tal modo Gorgia dissolve la nozione eleatica di essere col dimostrare l'impossibilità della predicazione: se si ammette l'ente, allora esso non può fungere da soggetto di nessun giudizio, in quanto qualunque cosa gli si predicasse, si arriverebbe alla sua stessa negazione. Dunque l'essere non è pensabile nel giudizio senza cadere in insolubili contraddizioni e pertanto ogni enunciato che pretenda di cogliere la natura del reale (e quindi abbia portata metafisica, referenziale, conoscitiva) è condannato per principio allo scacco. A ciò si può sfuggire solo in un modo: coll'accettare il carattere non discorsivo del concetto di essere e quindi l'impossibilità di ragionare su di esso, sia pur con argomenti quali la *reductio ad impossibile* o *ad absurdo* di Zenone. Una volta che ci si metta su questa strada, allora è inevitabile arrivare alle conseguenze che ne trae Gorgia e precipitare la dialettica nella propria dissoluzione, in direzione eristica. Ne consegue che l'essere lo si ha solo come *presenza*, in forma intuitiva ed immediata; esso è quindi, ancora una volta, un oggetto di conoscenza (ma si può legittimamente adoperare, a questo punto, tale termine?) che si sottrae al *logos*, per porsi sotto l'imperio dell'iniziazione misterica, della pratica meditativa ed ascetica; esso non si dimostra, ma *si mostra*. Di ciò è quanto, millenni dopo, si rese conto

Heidegger, che non a caso affidò l'ultima parola sull'essere alla poesia; o quanto anche è stato chiaramente enunciato da Wittgenstein quando scrive: "Non *come* il mondo è, è il Mistico, ma *che* esso è" (*Tractatus*, 6.44).

- Gorgia passa poi alla **dimostrazione della seconda tesi** ("se anche qualcosa esistesse, non sarebbe conoscibile"). Ciò viene fatto col sostenere che se fosse vera la tesi di Parmenide circa l'identità tra pensiero ed essere, allora tutto ciò che è pensato dovrebbe esistere e non sarebbero possibili né errore né menzogna; infatti, non potendosi pensare il non essere, non potrebbe neanche essere ammesso il falso (cioè "dire ciò che non è"); tutto sarebbe egualmente vero, anche "se si dicesse che i cocchi corrono a gara sulla superficie marina". Ma allora anche la verità sarebbe impossibile in quanto distinta dall'errore. Non essendo ciò accettabile, allora si deve ammettere che pensiero ed essere non coincidono; ciò significa che ciò che è pensato non è (esiste) e ciò che è (esiste) non è pensato. Quest'ultima argomentazione è un ulteriore chiaro esempio di confusione tra uso predicativo ed attributivo del verbo essere.
- Infine per quanto concerne la **terza tesi** ("se anche qualcosa esistesse e fosse conoscibile, non sarebbe comunicabile o spiegabile ad altri"), Gorgia sostiene l'impossibilità della comunicazione a causa dello scarto incolmabile esistente tra il segno ed il suo riferimento, tra il significante ed il significato. Proprio qui sta appunto quella perdita del valore referenziale del linguaggio che permette di esaltare la funzione non più veritativa della parole, ma solo retorica, cioè interna al piano logico-linguistico. Passiamo così dalla dialettica confutatoria alla retorica come sua sola alternativa possibile.

Dalla dialettica alla retorica. Se la *dialettica* gorgiana scalza la pretesa ontologica del linguaggio, è la *retorica* ad assumersi una funzione costruttiva: è grazie ad essa che la perdurante e residua solidarietà tra piano logico-linguistico e piano gnoseologico, tra *parola* e *verità*, si esprime nella sua massima potenza. Il linguaggio, grazie ai sofismi che esso può generare mediante il proprio uso spregiudicato, può influire sull'animo umano mediante la *persuasione*: "la parola è un gran dominatore, che con piccolissimo corpo e invisibilissimo, divinissime cose sa compiere". In tal modo *la verità è generata all'interno del linguaggio*, non grazie al suo realistico aggancio col reale.

Ciò però può avvenire al costo che il linguaggio così inteso non sia *logico*, almeno secondo i canoni formali che in seguito saranno definiti, bensì *retorico*, in grado di sfruttare l'allusività e la potenza evocativa delle parole, utilizzandone abilmente le ambiguità e i doppi sensi. Il discorso, privo di un criterio di verità extralinguistico, abbandonata la propria dimensione semantica fornita dal riferimento al reale, ormai si governa da sé, è pienamente sovrano a se stesso e trova quale unico criterio di legittimità la propria capacità retorica, persuasiva: la forza con cui plasma gli animi altrui e li convince delle tesi di volta in volta sostenute da chi ne fa abilmente uso (si veda ad es. l'*Encomio di Elena*).

La possibilità di non accettare il principio di non contraddizione nasce appunto da tale abbandono dell'ancoraggio col reale, dalla sua smarrita dimensione ontologica: se non è più possibile sostenere che ciò che è non può non essere, su quali basi potremo proibire al linguaggio l'uso disinvolto delle proprie argomentazioni? In fin dei conti il rispetto dell'i-

dentità e della contraddizione non finisce per essere altro che una questione di convenzione linguistica, una regola che si prescrive al linguaggio, che in quanto tale può essere messa da parte se così facendo si consegue lo scopo fondamentale che a questo è ora rimasto: la sua potenza retorica.

Tale potenza del discorso retorico è bene espressa nel seguente brano dell'*Encomio di Elena*:

[...] (8) Se poi fu la parola a persuaderla e a illuderle l'animo, neppure questo è difficile a scusarsi e a giustificarsi così: la parola è un gran dominatore, che con piccolissimo corpo e invisibilissimo, divinissime cose sa compiere; riesce infatti e a calmar la paura, e a eliminare il dolore, e a suscitare la gioia, e ad aumentar la pietà. E come ciò ha luogo, lo spiegherò. [...] (12) Qual motivo ora impedisce di credere che Elena sia stata trascinata da lusinghe di parole, e così poco di sua volontà, come se fosse stata rapita con violenza? Così si constaterrebbe l'imperio della persuasione, la quale, pur non avendo l'apparenza dell'ineluttabilità, ne ha tuttavia la potenza. Infatti un discorso che abbia persuaso una mente, costringe la mente che ha persuaso, e a credere nei detti, e a consentire nei fatti. Onde chi ha persuaso, in quanto ha esercitato una costrizione, è colpevole; mentre chi fu persuaso, in quanto costretto dalla forza della parola, a torto vien diffamata. (13) E poiché la persuasione, congiunta con la, parola, riesce anche a dare all'anima l'impronta che vuole, bisogna apprendere anzitutto i ragionamenti dei meteorologi, i quali sostituendo ipotesi a ipotesi, distruggendone una, costruendone un'altra, fanno apparire agli occhi della mente l'incredibile e l'inconcepibile; in secondo luogo, i dibattiti oratorii di pubblica necessità [politici e giudiziari], nei quali un solo discorso non ispirato a verità, ma scritto con arte, suol dilettere e persuadere la folla; in terzo luogo, le schermaglie filosofiche, nelle quali si rivela anche con che rapidità l'intelligenza facilita il mutar di convinzioni dell'opinione. (14) C'è tra la potenza della parola e la disposizione dell'anima lo stesso rapporto che tra l'ufficio dei farmaci e la natura del corpo. Come infatti certi farmaci eliminano dal corpo certi umori, e altri, altri; e alcuni troncano la malattia, altri la vita; così anche dei discorsi, alcuni producono dolore, altri diletto, altri paura, altri ispiran coraggio agli uditori, altri infine, con qualche persuasione perversa, avvelenano l'anima e la stregano.

Il prezzo che con Gorgia viene pagato dalla persistente coalescenza logico-semantica e dalla rottura col piano ontologico è dunque il trasferimento sul piano del linguaggio di una duplice funzione: pragmatica ed epistemica. Ma entrambe, consumandosi solo all'interno della dimensione linguistica e perdendo ogni funzione referenziale, non possono che intendere il linguaggio in maniera retorica. La dialettica si tramuta da strumento del pensiero metafisico che ambisce al vero, in metodo universale dell'antilogia, strumento della tecnica retorica.

Col *Trattato intorno al non ente* Gorgia segna un passo fondamentale non tanto in campo ontologico (egli non intende svolgere su tale terreno alcun discorso che possa nutrire ambizioni conoscitive), ma in quello che concerne le strutture logico-linguistiche del pensiero, ponendo sul terreno una serie di questioni che il pensiero successivo si troverà ad affrontare. E il primo punto nell'agenda filosofica sarà quello di garantire ad un tempo (a) la presa metafisica ed ontologica della dialettica, restituendole quanto da Gorgia sottrattole: e ciò sarà in primo luogo compi-

to di Platone (con una lunga storia successiva, fino ad arrivare ad Hegel) e quindi di Aristotele con la teoria della corrispondenza tra linguaggio e realtà; (b) stabilire i criteri formali del discorso valido, distinto da quello vero, mettendo come suo caposaldo il principio di non contraddizione, allo scopo di evitare quei sofismi o falsi ragionamenti che avrebbero potuto minacciare lo statuto di veicolo di verità del linguaggio.

5. *La logica del paradosso e del mentitore*

L'impossibilità della conoscenza e il carattere equivoco del linguaggio, col quale essa dovrebbe esprimersi, raggiunge la forma paradossale con i socratici minori della scuola di Megara (che incontreremo anche in seguito quando parleremo della logica megarico-stoica). Diversamente da Platone, che cercò di fornire un contenuto positivo alla dialettica elaborando la dottrina delle idee, essi ne accentuarono invece ulteriormente il carattere confutatorio, negativo. Così sul piano logico-linguistico finirono per sostenere l'impossibilità stessa della dialettica e del discorso razionale, sino alla critica della attuabilità di una comunicazione intersoggettiva.

Assumendo il postulato parmenideo dell'unità dell'essere, Euclide di Megara (445-45/375), allievo di Socrate e fondatore della Scuola, accentua il tema della convenzionalità delle parole e del linguaggio: è impossibile, secondo lui, pensare o argomentare dialetticamente su un piano di oggettività. Ogni affermazione può pertanto essere ridotta all'assurdo coll'evidenziarne la contraddittorietà rispetto al principio dell'unità dell'essere. Da qui i sofismi e i paradossi di cui la scuola è autrice, specie con i successori più tardi Ebulide, Clitomaco, Diodoro Crono e Stilpone.

Sono in particolare importanti i paradossi attribuiti dalla tradizione ad Ebulide, "passato alla storia come un formidabile dialettico, acuto costruttore di argomenti capziosi, ossia di dilemmi indecidibili che costringono il pensiero ad entrare in contraddizione con sé stesso e con le leggi che lo regolano" (L. Montoneri, *I Megarici. Studio critico e traduzione delle testimonianze antiche*, Catania 1984, p. 95; da questa opera sono tratte le traduzioni dei frammenti in seguito citati). Tutti basati sull'equivocità del linguaggio e miranti a sostenere la tesi dell'impossibilità di discorsi validi, tali paradossi sono stati spesso considerati dei semplici giochi di linguaggio, dei raffinati divertimenti intellettuali; in effetti alcuni di essi nascondono profondi problemi logici che solo in tempi assai recenti sono stati risolti. In ogni caso la riflessione su di essi ha dato un grandissimo contributo all'opera di precisazione del linguaggio, a cominciare da Aristotele, e di soluzione dei trabocchetti in cui ci può far cadere un uso irriflesso ed ingenuo della lingua.

I paradossi dei megarici sono sette: quello del mentitore, quello

dell'uomo incappucciato (con le due varianti dell'uomo velato e dell'Elettra); quello del mucchio; quello del calvo e quello del cornuto. Essi possono tuttavia essere ridotti a quattro tipi: (a) quello basato sull'autoreferenzialità (il mentitore); (b) quelli basati sull'equivocazione dei termini (uomo incappucciato e varianti); (c) quelli basati sulla vaghezza di alcuni termini comuni (uomo calvo e mucchio); (d) quelli basati su errori di carattere logico (uomo cornuto). Analizziamo un paradosso per ciascun tipo.

- **Il paradosso del cornuto.** Una formulazione di tale paradosso la troviamo in Diogene Laerzio:

Tu hai ciò che non perdesti; ma tu non perdesti le corna: dunque tu hai le corna.

Una diversa formulazione in Sesto Empirico è la seguente:

Se non hai belle corna e hai corna, hai corna; ma non hai belle corna e hai corna: dunque hai corna.

Nel primo caso è evidente che l'effetto di paradossalità deriva dal non avere esplicitato tutte le premesse; infatti la premessa "tu hai ciò che non perdesti" non è sufficiente a giustificare la conclusione se non si esplicita ciò che non si è perduto in quanto non lo si aveva (in questo caso le corna). La seconda versione ha invece una chiara struttura inferenziale: ponendo con p la frase "hai belle corna" e con q quella "hai corna", otteniamo:

$$\{[(\neg p \wedge q) \wedge q] \wedge (p \wedge q)\} \wedge q$$

che non è una inferenza valida (non risulta essere una tautologia). È facile constatare che qui l'equivoco nasce dal cattivo uso della negazione; infatti il 'non' della seconda premessa "ma non hai belle corna e hai corna", può essere utilizzato per negare la congiunzione "non hai belle corna e hai belle corna" (così come effettuato nella ricostruzione formale data), oppure per negare solo la frase "hai belle corna". In quest'ultimo caso si avrebbe tale formulazione simbolica:

$$\{[(\neg p \wedge q) \wedge q] \wedge (\neg p \wedge q)\} \wedge q$$

e questa è un'inferenza perfettamente valida, anche se non vera. Lo stesso può dirsi per il 'non' che si applica alla prima premessa: se lo spostiamo all'esterno della congiunzione, allora otterremo egualmente una inferenza valida. È evidente in questo caso come sia importante distinguere tra validità dell'inferenza e sua verità. La prima inferenza, indipendentemente dall'effetto paradossale della conclusione ("hai corna") è in ogni caso una inferenza non valida (oltre che dare una conclusione falsa); la seconda è invece una inferenza perfettamente valida, indipendentemente dal fatto che essa dia la medesima conclusione della prima. È cruciale in questo caso una corretta utilizzazione della negazione, che nel linguaggio comune col quale è fornito il paradosso resta equivoca ed invece può essere esplicitata e precisata solo mediante una sua formalizzazione e simbolizzazione nel calcolo proposizionale.

- **Il paradosso del mucchio.** Detto anche "sorite" (che significa 'mucchio'), ci è noto in varie formulazioni, la più antica delle quali è di Cicerone:

Quanti grani di frumento occorrono per formare un mucchio? Basta un solo grano? Ne bastano due? ecc.

In questo caso il paradosso insorge dalla ambiguità e vaghezza del termine

“mucchio” e dalla scarsa precisione di altri termini quali ‘poco’, ‘molto’ ecc., tutti tratti dal linguaggio comune. Esso quindi costituisce un esempio di argomento logico che serve ad evidenziare un’aporia insita nell’uso dei concetti empirici che, in quanto tali, non sono suscettibili di una rigorosa determinazione sul piano logico-categoriale e che pertanto non possono avere cittadinanza nel discorso scientifico. *Ne scaturisce una delle esigenze più vive della logica: quella della esatta definizione dei termini che entrano a far parte dell’argomentazione.*

- **Il paradosso dell’uomo incappucciato.** La formulazione di questo paradosso la troviamo in un passo di Luciano:

Compratore. Ma che cosa intendi con questo “incappucciato” o con “Elettra”?

Crisippo. La famosa Elettra, la figlia di Agamennone, la quale sa e non sa contemporaneamente le stesse cose; infatti, quando le sta davanti Oreste non ancora riconosciuto, ella sa che Oreste è suo fratello, ma non sa che quello è Oreste. Adesso ascolterai l’“incappucciato” che è altrettanto meraviglioso. Rispondi a me: Conosci tuo padre?

Compr. Sì

Cris. Ebbene, se io presentandoti un individuo incappucciato ti chiedessi: “Conosci costui?”, che cosa diresti?

Compr. Evidentemente di non conoscerlo.

Cris. Eppure quello era proprio tuo padre: cosicché se non lo conosci, è chiaro che non conosci tuo padre.

In questo caso il paradosso deriva dall’uso ambiguo del termine ‘conoscere’, che viene equiparato a ‘riconoscere’. Io posso ‘conoscere’ una persona, ma non ‘riconoscerla’ in una determinata circostanza. Precisando il linguaggio, il paradosso scompare, per cui è possibile ad un tempo ‘conoscere’ e ‘non riconoscere’ il proprio padre.

- **Il paradosso del mentitore.** E’ questo il più celebre dei paradossi, quello che ha conosciuto maggiore fortuna nella storia del pensiero, impegnando per la sua soluzione una numerosa schiera di filosofi e logici. La formulazione più vicina a quella originale di Eubulide sembra quella tramandataci da Cicerone:

Si te mentiri dicis idque verum dicis, mentiris an verum dicis?

Se dici che menti e in ciò dici il vero, menti o dici la verità?

Di questo paradosso sono note anche altre versioni; una delle più celebri è la seguente (ne diamo una libera versione):

Epimenide cretese afferma che tutti i cretesi sono bugiardi. E’ vero o no quanto afferma Epimenide?

La paradossalità di tali affermazioni è evidente. Consideriamo la formulazione di Epimenide: se diciamo che quanto egli afferma è vero, allora tutti i cretesi sono bugiardi ed essendo Epimenide cretese esso pure è bugiardo; onde quello che ha detto è falso. Se viceversa sosteniamo che quanto afferma Epimenide è falso perché egli è un cretese bugiardo, allora è vero che tutti i cretesi sono bugiardi, così come egli afferma; onde egli ha detto il vero e pertanto non è bugiardo. Come si vede, qualunque risposta si dia alla domanda arriviamo inevitabilmente alla conclusione opposta alla risposta data. Non si tratta semplicemente di una contraddizione, bensì di un ‘dilemma’, ossia un ragionamento comprendente due proposizioni contraddittorie e tuttavia inscindibilmente legate tra loro.

Alcune varianti contemporanee del paradosso del mentitore. Il paradosso è stato formulato successivamente in molti modi, la cui essenza è però sempre la medesima. Le varianti che vengono qui brevemente descritte sono state proposte da vari autori, spesso logici e matematici e nella sostanza esprimono sempre il carattere proprio del paradosso, la sua autoreferenzialità.

La scheda. E' facile fare un paradosso prendendo una scheda di cartoncino e scrivendo su di un lato "La proposizione sul lato opposto è vera"; quindi sull'altro lato della scheda scriveremo: "La proposizione sul lato opposto è falsa". A questo punto non sarà possibile dire se la frase su ciascuna parte della scheda è vera o falsa.

L'adesivo. Su delle macchine californiane è stato attaccato un adesivo con su scritto: "non fidatevi di me". Bisogna fidarsi o no del guidatore?

La sua forma più semplice. Assai semplicemente esso può venire espresso con l'asserto: "questo enunciato è falso". E' l'enunciato vero o falso?

La fortuna del paradosso è attestata dai numerosi tentativi effettuate lungo la storia per risolverlo.

- Il primo è stato **Aristotele** che pensava (negli *Elenchi sofistici*) di individuarne l'origine nella confusione logica tra *dictum simpliciter* e *dictum secundum quid*, o, come anche viene detto, tra vero in *senso assoluto* e vero in *senso limitato*. In tal modo la sua risoluzione sarebbe simile a quella (a cui lo stesso Aristotele l'ha accostato), del giudizio sull'etiopio che è nello stesso tempo nero (nella pelle) e bianco (nella dentatura). Ma così, è stato osservato, Aristotele non ha compreso esattamente né la natura del paradosso, né la sua portata, anche se ha genialmente intuito il principio che starà alla base dei tentativi di soluzione medievali e moderne, e cioè la necessità di distinguere nel discorso del mentitore i suoi diversi aspetti o livelli.
- Nell'ambito del **pensiero logico della Stoa** fu Crisippo a dedicargli grande attenzione (si tramanda abbia scritto su di esso un totale di 24 libri); ci resta un frammento papiraceo nel quale egli presenta la sua soluzione:

La [fallacia] di colui che dice la verità e le analoghe devono essere... [risolte] in modo analogo. Non si deve dire che esse dicono il vero e [neppure] il falso; né si deve dire congetturare in un altro modo, cioè che lo stesso [enunciato] esprima simultaneamente il vero e il falso, bensì che esse sono completamente prive di significato.

(Da Bocheński, *op. cit.*, p. 179)

Tale soluzione si basa sulla tesi che il paradosso non sarebbe una vera e propria proposizione, in quanto questa per definizione è vera o falsa e non entrambe. Se dunque esso non è né vero né falso, allora è una pseudoproposizione e quindi privo di senso. Tale tesi è di grande importanza perché caratterizza il discorso logico proposizionale come essenzialmente bivalente ed in un certo qual modo prefigura quella che sarà una dottrina del moderno neopositivismo, per il quale tutti gli asserti referenziali sono o veri o falsi, mentre quelli della metafisica non appartenendo né alla scienza empirica né alla logica pura, non possono essere né veri né falsi e quindi sono dichiarati senza significato. Inoltre tale soluzione anticipa quella medievale della cosiddetta *cassatio*, per la quale tali affermazioni devono essere semplicemente cancellate dal novero delle proposizioni in quanto né vere né false e quindi senza significato.

- Nel **pensiero medievale** i paradossi del tipo autoreferenziale venivano catalogati nel genere degli *insolubilia*, la cui relativa letteratura cominciò ad apparire all'inizio del XIII secolo e continuò fino alla fine del medioevo. Su tale argomento rinviamo alla parte dedicata alla logica medievale.
- Veniamo così all'**età contemporanea**, quando Russell per primo capì l'importanza del paradosso per averne ritrovato uno del tutto simile all'interno della teoria degli insiemi elaborata da Cantor, con ciò mettendo in crisi quel processo con cui la matematica cercava di costruire se stessa come teoria rigorosamente deduttiva e formalizzata e facendo precipitare nello scoramento Frege, che

aveva ideato una ideografia per rendere rigoroso il pensiero logico e matematico.

Il paradosso parte dalla constatazione che un insieme può essere membro di se stesso oppure può non esserlo. Ad esempio, l'insieme dei cavalli non è un cavallo e l'insieme che contiene solo Socrate non è Socrate (v'è infatti differenza tra elemento di un insieme ed insieme formato da un solo elemento). Gli insiemi con cui abbiamo di solito a che fare non sono elementi di se stessi, per cui li chiameremo 'normali': la maggior parte degli insiemi sono dunque 'normali'. Tuttavia possiamo costruire degli insiemi che non sono 'normali', cioè che possiedono la caratteristica di contenere se stessi come elementi; li chiameremo insiemi ad 'auto-ingerimento'. Uno di questi è l'insieme di tutti gli insiemi, cioè l'insieme che comprende tutti gli insiemi come suoi elementi. Ora costruiamo un insieme **A** che comprende tutti gli insiemi 'normali': è l'insieme così costruito 'normale' o ad 'autoingerimento'?

Analizziamo i due casi:

- se affermiamo che **A** è un insieme 'normale' (cioè non contiene se stesso come suo elemento) allora esso dovrà contenere se stesso (in quanto abbiamo detto che **A** è l'insieme di tutti gli insiemi 'normali'); ma se contiene se stesso, allora è un insieme ad 'auto-ingerimento'; onde abbiamo negato il punto di partenza.
- se affermiamo che **A** è un insieme ad 'auto-ingerimento' (cioè che contiene se stesso come proprio elemento), allora non è vero che esso è l'insieme di tutti gli insiemi 'normali', come avevamo dichiarato nel costruirlo.

Come si vede, analogamente al paradosso del mentitore, qualunque corno del dilemma si scelga, arriviamo alla tesi opposta.

- Questo paradosso può essere espresso più formalmente nel seguente modo. Sia R la classe di tutte le classi che non appartengono a se stesse. Per ogni classe N (la classe 'normale'), R è definita ponendo:

$$N \in R \iff N \notin N$$

e ora ponendo $N = R$, avremo:

$$N \in N \iff N \notin N$$

che è una evidente contraddizione.

Tuttavia, come ha per primo fatto notare F.P. Ramsey, questo genere di paradossi è diverso da quello del mentitore per avere un carattere puramente logico e non semantico; la difficoltà sorge cioè senza far uso di espressioni metalinguistiche (quali 'dico', 'è vero', 'mento' ecc.), ovvero di enunciati che parlano di enunciati nei quali entra in gioco il rapporto tra segno e significato. Sarebbe più corretto dire che nel paradosso di Russell abbiamo a che fare con una vera e propria *antinomia*, in quanto essa scaturisce da assiomi intuitivamente evidenti mediante regole di deduzione del tutto corrette. Le antinomie del genere di quella di Russell sono chiamate 'logiche' per distinguerle da quelle 'semantiche', quale è appunto quella del mentitore nelle sue varie versioni.

Lo stesso Russell ha proposto nei suoi *Principia Mathematica* (scritto insieme a A.N. Whitehead) una soluzione dell'antinomia da lui rinvenuta, mediante la *teoria dei tipi logici* (che egli riteneva idonea sia per le antinomie logiche sia per i paradossi semantici quali quello del mentitore). L'idea consisteva nel concepire una gerarchia di 'tipi' di insiemi e nel proibire che ciascuno di essi potesse contenere come propri elementi insiemi appartenenti al tipo sovraordinato. Così un insieme del 'tipo' più basso può contenere quali suoi elementi solo oggetti e non

altri insiemi (insiemi di cavalli, cavoli, patate, uomini e così via; ma non contenere l'insieme dei cavalli o dei cavoli ecc.). Un insieme del tipo successivo, sovraordinato al primo, può contenere solo oggetti o insiemi del tipo più basso (quindi cavalli, cavoli ecc. ed anche insiemi di cavalli, cavoli ecc.). Così in generale ogni insieme di un dato tipo poteva contenere solo insiemi di un tipo inferiore oppure oggetti. La conseguenza di questa costruzione è che nessun insieme può contenere se stesso (cioè un insieme dello stesso tipo), perché per far ciò avrebbe dovuto appartenere ad un insieme superiore al proprio. Con ciò viene evitata proprio la formazione di insiemi quale quello che aveva generato il paradosso, ma al costo di introdurre una gerarchia alquanto artificiale e di impedire la formazione di insiemi che intuitivamente possono benissimo essere concepiti.

- Facciamo un esempio. Costruiamo degli insiemi del tipo più basso, indicandoli con lettere maiuscole dell'alfabeto, in cui il pedice indica il livello (o tipo) dell'insieme:

$A_1 = \{a, e, i, o, u\}$, cioè **A** è l'insieme della vocali italiane;

$B_1 = \{1, 3, 5, 7\}$, cioè **B** è l'insieme dei primi quattro numeri primi;

$C_1 = \{\text{Catania, Palermo, Messina, Ragusa, Enna, Trapani, Caltanissetta, Agrigento, Siracusa}\}$, cioè **C** è l'insieme dei capoluoghi di provincia della Sicilia;

Non è possibile a questo livello costruire insiemi del tipo:

$D_1 = \{A_1, 1, 3, 5, 7\}$.

Ora costruiamo gli insiemi di secondo livello; in questo caso è possibile includere in essi come elementi gli insiemi di primo livello:

$A_2 = \{a, e, i, o, u, B_1, C_1\}$

$B_2 = \{1, 3, 5, 7, A_1, B_1\}$

e così via. Come si vede in quest'ultimo caso abbiamo incluso come elementi dell'insieme di secondo livello anche insiemi di primo livello. La regola per evitare la formazione del paradosso degli insiemi impedisce dunque di costruire insiemi di questo tipo:

$A_2 = \{a, e, i, o, u, B_2, C_1, A_2\}$

ovverosia insiemi che contengono se stessi come propri elementi (e/o insiemi appartenenti al loro stesso livello o 'tipo'). E' proprio in questo caso che sorgerebbe infatti il paradosso.

- **Altri paradossi celebri.** Sono innumerevoli gli altri paradossi via via proposti. Qui ne riportiamo qualche altro dei più noti e divertenti.

Il paradosso del postino. Il postino prende la posta per tutti coloro che non se la prendono da soli ed ovviamente non prende la posta per tutti coloro che la prendono da soli. Ma allora chi prende la posta del postino? Se è lo stesso postino che prende la posta, allora ne deriva che egli non prende la posta per se; se invece non la prende, allora si presume che egli la prende.

Il paradosso del barbiere. Presentato da Russell, è del tutto simile a quello del postino. Il barbiere fa la barba a tutti coloro che non la fanno da sé. Chi fa la barba al barbiere?

Il paradosso dell'avvocato. E' riportato da Aristotele e si riferisce all'episodio per cui Protagora si impegnò ad insegnare retorica a Euatlo e a ricevere la seconda metà dell'onorario solo dopo che Euatlo avesse vinto la sua prima causa. Quando Euatlo ritardò l'inizio della sua attività forense, Protagora gli fece causa per ottenere il suo onorario. L'avvocato di Euatlo sostenne che Euatlo non deve pagare Protagora in ogni caso; infatti se lui vince la causa allora Euatlo ha perso la sua prima causa e, secondo i patti, non dovrà pagarlo; se

invece Protagora perde la causa, allora Euatlo non deve pagarlo per sentenza della corte. Per cui, vinca o perda la causa, Protagora non deve essere pagato. L'avvocato di Protagora così ribatte: è assurdo che Euatlo pretenda di non pagare Protagora, perché se Euatlo vince questa causa allora, secondo i patti, deve pagare; viceversa se perde la causa, allora deve pagare per sentenza della corte. Chi ha ragione?

Il paradosso del cocodrillo. Un cocodrillo è in procinto di mangiare un bambino; la madre piangendo lo supplica di restituirglielo. Il cocodrillo così risponde alla madre: "Se saprai dirmi in anticipo ciò che farò, ti restituirò tuo figlio; altrimenti lo divorerò". La madre risponde: "Certamente lo divorerai". Al che il cocodrillo ribatte: "Non posso restituirti tuo figlio perché così facendo tu avrai detto il falso e ti avevo promesso che se tu avessi detto il falso lo avrei divorato". Al che la madre rispose: "E' tutto il contrario: non puoi mangiare mio figlio perché in questo caso io avrò detto la verità e tu mi hai promesso che, se io avessi detto il vero, me lo avresti restituito". Chi ha ragione? Quale è la via d'uscita al dilemma?

- **Tentativi di soluzione.** Come si avrà avuto modo di notare, il paradosso del mentitore, in tutte le sue varianti storicamente esistenti, è caratterizzato dalla autoreferenzialità: in esso si predica a ciò stesso che predica. Quando affermo "io mento", predico il mentire alla stessa frase che esprime il predicato. In genere ciò non avviene nella normale predicazione. Quando affermo che "Socrate dialoga", non predico il dialogare alla frase stessa che esprime il predicato; io predico il dialogare a Socrate. Ovvero, esprimo nel linguaggio **L** un giudizio su un oggetto **O**. Invece nel caso del mentitore si esprime mediante una frase del linguaggio **L** un giudizio sulla stessa frase appartenente al linguaggio **L**. Si potrebbe dire, in termini semplici, che così viene a crearsi un "cortocircuito semantico".
 - E' stato proprio nel carattere autoreferenziale dei paradossi semantici ad essere stata ritrovata l'origine della loro insolubilità. Colui che mise bene in luce questa caratteristica, sviluppando al tempo stesso la teoria in grado di risolvere il problema, è stato il logico polacco Tarski, che propose per il linguaggio una soluzione analoga a quella di Russell. Egli infatti è stato motivato nel costruire la sua celebre teoria della verità come corrispondenza (che riprende e formula nei termini della logica e della semantica contemporanea la dottrina già esposta da Aristotele) anche dall'esigenza di risolvere il paradosso del mentitore. Indicando nella autoreferenzialità la caratteristica propria dell'asserto:
 - (a) "questo enunciato è falso"egli fa notare che (a) predica, nel linguaggio oggetto, la verità di una frase appartenente allo stesso linguaggio oggetto. Per evitare il paradosso sarebbe sufficiente proibire la formazione di frasi del genere, cioè autoreferenziali, col relativizzare la verità ad un dato linguaggio; di conseguenza si deve proibire che il predicato di verità venga definito all'interno del linguaggio oggetto col postulare una gerarchia di linguaggi-oggetto e di metalinguaggi. Come si vede anche in questo caso, analogamente a quanto fatto da Russell, la soluzione è vista in una gerarchizzazione di livelli e nell'imposizione di evitare la confusione tra di essi. Ovviamente questa strategia, per Tarski, non può essere applicata che nel quadro di linguaggi formali, in quanto all'interno del linguaggio naturale è impossibile evitare l'autoreferenzialità.
 - Un'altra via d'uscita da questi paradossi è stata negli ultimi anni indicata nell'abbandono di una delle caratteristiche fondamentali della logica formale classica: il suo carattere bivalente. Consideriamo ad es. il paradosso del mucchio: quando ci domandiamo se, sottraendo da esso un grano di sabbia, abbiamo ancora un mucchio, ovviamente la risposta in termini di bivalenza clas-

sica non più essere che un ‘sì’ o un ‘no’; non è ammesso rispondere ‘così così’. Se invece abbandoniamo il requisito della bivalenza ed ammettiamo valori di verità intermedi, allora il paradosso smette di essere tale. Questa strada è stata indicata all’inizio del secolo da Łukasiewicz con l’introduzione delle logiche polivalenti e quindi ripresa da un matematico iraniano L.A. Zadeh che ha elaborato la cosiddetta “logica *fuzzy*”, basata sull’abbandono di un assunto fondamentale della teoria degli insiemi standard, cioè quello che, dato un elemento ed un insieme, il primo o appartiene o non appartiene all’insieme dato. Invece egli elaborò una teoria degli insiemi in cui sono possibili diversi gradi di appartenenza. Grazie a tale nozione di “gradazioni nell’appartenenza di un elemento ad una classe” viene resa possibile “l’utilizzazione di categorie dai limiti mal definiti (come ‘vecchio’ o ‘adulto’), di situazioni intermedie tra il tutto e il niente (‘quasi vero’), il passaggio progressivo da una proprietà ad un’altra (passaggio da ‘tiepido’ a ‘caldo’ in base alla temperatura), l’utilizzazione di valori approssimativi (‘circa 12 anni’). Essa evita l’utilizzazione arbitraria di limiti rigidi per delle classi” e costituisce “un indebolimento di quello di sottinsieme di un dato insieme” (cfr. B. Bouchon-Meunier, *La logique flou*, PUF, Paris 1993, p. 7).

Su questa base è stata successivamente sviluppata una logica *fuzzy* e una vera e propria tecnologia su di essa basata, che ha trovato applicazione in diversi ambiti (dagli elettrodomestici ai sistemi di guida ed alla robotica, specie in Giappone). Come afferma uno dei suoi più recenti sostenitori e divulgatori, “La posizione *fuzzy* [...] dice che i paradossi di autoriferimento sono *mezzo-verità*. Contraddizioni *fuzzy*. A e non- A vale, ma A è vero solo al 50% e non- A vero solo al 50%. I paradossi sono letteralmente mezzo veri e mezzo falsi.” (B. Kosko, *Il Fuzzy-Pensiero*, Baldini a Castoldi, Milano 1995, p. 127). Alla base di tale logica (che è stata grandemente sviluppata anche dal punto di vista formale e che è tutt’altro che una bizzarrìa priva di senso), v’è una concezione del mondo che richiama quella di Eraclito, cioè di un mondo che non conosce dicotomiche cesure e in cui ciascuna cosa trapassa nell’altra senza rigidi confini. V’è la tesi che nella scienza non esiste il vero e il falso, ma tutto è questione di misura, in quanto i fatti sono sempre *fuzzy*, diversamente della matematica la quale sola è in “bianco e nero” in quanto sistema artificiale di simboli e regole (*ib.*, p. 13). La “dottrina secondo cui il mondo è fuzzy è una vera e propria visione del mondo; si estende tanto alla cultura e alla filosofia quanto alla scienza e alla matematica” e “al suo centro c’è la sostituzione del paradigma del ‘bianco e nero’ con quello del ‘grigio’ o del ‘chiaroscuro’, il passaggio dalla bivalenza alla polivalenza (*ib.*, p. 14). “[...] *il fuzzy è il chiaroscuro*” (p. 20). Alla base v’è la constatazione che “Tutto è in mutamento. Tutto fluisce. L’universo si sviluppa come un fiume che scorre” ecc. (*ib.*, p. 21). E’ quindi una ripresa consapevole dell’altro versante del pensiero umano, quello che sta in contrapposizione all’insegnamento di Parmenide ed all’accettazione del principio di non-contraddizione. Alla fede binaria (iniziata con Parmenide, Platone, Aristotele) si contrappongono i pensatori che, in una sorta di opposizione logica sotterranea, hanno sollevato obiezioni contro il modo di vedere il mondo in bianco/nero della logica bivalente classica: Budda, il taoismo, lo Zen hanno visto il mondo come pieno di contraddizioni, di cose e non-cose, di A e non- A . Sembra che Eraclito si stia riprendendo la rivincita dopo più di duemila anni; e questa volta l’antagonista della logica formale classica non nasce da pensatori estranei alla sua tradizione (come potevano essere i filosofi mistici, intuizionisti o dialettici alla Hegel), bensì dal suo stesso seno: e la levatrice di questa nascita si deve cercare proprio in quei paradossi che, scoperti dai Greci, hanno costituito per millenni l’incubo notturno di logici e matematici.

6. La logica del vero e del falso in Platone

I problemi posti dai sofisti, in particolare da Gorgia, richiedevano una risposta che ristabilisse la possibilità da parte del linguaggio di far presa sul reale. Inoltre era necessario uscire dalla situazione bloccata di Parmenide evitando al tempo stesso di cadere nelle contraddizioni evidenziate da Zenone. A tale impresa si accinge Platone, il cui rilievo per la storia della logica può essere individuato sostanzialmente in tre punti:

- innanzi tutto per aver formulato per primo un chiaro concetto di logica come studio dei ragionamenti corretti, concludenti, in quanto espressione delle leggi generali del pensiero;
- per l'interesse verso il problema della verità-falsità dei discorsi e il tentativo di dimostrare la possibilità del discorso falso (quindi rigettando la tesi parmenidea che di ciò che non è non è possibile parlare);
- per la discussione della dialettica, che ha avuto una grande influenza nel pensiero successivo, e il concetto di definizione per diairesi.

Ciò detto, bisogna osservare tuttavia che i principi logici mediante i quali sono svolte le argomentazioni contenute nei suoi dialoghi sono generalmente impliciti ed accade anche spesso che Platone tragga delle conclusioni non corrette, commettendo dei veri e propri errori di logica. Per esempio, in un passo del *Gorgia* (507a) troviamo che Socrate effettua questa inferenza: “Se l'anima temperante è buona, quella che si trova nella condizione opposta rispetto alla temperante è cattiva”. Essa tradotta in termini logistici (con p = “anima temperante” e q = “anima buona”) equivale a:

$$(p \supset q) \supset (\neg p \supset \neg q)$$

che manifestatamente non è una implicazione corretta. Invece la conclusione corretta procede in maniera inversa ed è quanto espresso da quella che in logistica si chiama legge della contrapposizione:

$$(p \supset q) \supset (\neg q \supset \neg p)$$

Detto ciò, possiamo ad esaminare i punti prima elencati, nei quali può essere rinvenuto il contributo di Platone alla storia della logica.

A – Per quanto riguarda il primo punto, il passo nel quale Platone formula per la prima volta il concetto di logica si trova nel *Timeo*:

[...] il dio ha trovato e ha donato a noi la vista, affinché, osservando nel cielo i movimenti ciclici dell'intelligenza, ce ne servissimo per le circolazioni del pensiero che è in noi, le quali sono affini a quelli, sia pure come circolazioni non ordinate a circolazioni ordinate; e così, traendone insegnamento e partecipando alla rettitudine dei ragionamenti conformi a natura, imitando le circolazioni del dio che sono del tutto regolari, correggessimo le nostre circolazioni erranti (*Timeo*, 47B-C)

In questo brano viene enunciata l'idea di legge logica: così come vi sono delle

leggi che regolano il cammino degli astri, analogamente vi sono delle leggi che regolano il corso dei nostri ragionamenti, che però, a causa della nostra umana imperfezione, sono spesso perturbati, con ciò spiegandosi l'errore. Inoltre viene sostenuta la corrispondenza tra i movimenti del nostro pensiero e quelli della realtà in sé, individuando la correttezza dei primi nel loro essere in grado di riflettere i movimenti (diremo la struttura) della seconda. Quindi, la cogenza del nostro pensare deriva dal fatto che in esso si esprimono le leggi universali del pensiero, che sono ad un tempo le leggi generali del reale. Certo Platone non elaborò ulteriormente tale intuizione; tuttavia con la sua opera costituì quelli che ne sono i prerequisiti filosofici, indagando innanzi tutto sul concetto di verità.

B – Per quanto concerne quella che si può definire la ‘semantica’ di Platone, si deve mettere in rilievo come l'interesse per il problema della verità fosse in lui molto vivo; d'altra parte dare una risposta ad esso significava anche rispondere ai Sofisti e ristabilire quel nesso tra linguaggio e realtà che essi avevano spezzato. Una delle procedure logiche che Platone utilizza nel *Teeteto* per criticare la tesi sofista che tutte le opinioni sono vere consiste nel far vedere che essa porta alla propria negazione. Infatti

se tutti i discorsi sono veri
allora
 è vero anche che tutti i discorsi sono falsi
dunque
 non è vero che tutti i discorsi sono veri.

Come si vede è una procedura che assomiglia molto al paradosso del mentitore e che sfrutta quella che in logica i medievali chiamarono *consequentia mirabilis*, avente il seguente schema:

$$(p \supset \neg p) \supset \neg p$$

Il quale sta a significare che se una proposizione implica la propria negazione, allora essa è falsa. La conseguenza di questo ragionamento è che deve essere in qualche modo possibile poter distinguere il vero dal falso; per far ciò deve essere anche possibile ammettere che siano articolabili dei discorsi falsi, superando il divieto di Parmenide col rendere possibile parlare del non-essere. Pertanto è necessario dimostrare che l'asserto “il non essere è” non è un asserto contraddittorio; se infatti in qualche modo il non essere è, allora si potrà dire anche che il falso, ovvero il non-essere del vero. Insomma si tratta di rendere predicabile sia il non-essere dell'essere, sia l'essere del non-essere. La soluzione di Platone consiste nel sostenere che il non-essere è l'essere *diverso*, per cui il falso consiste non nel predicare il non-essere, bensì nel dire qualcosa di diverso da ciò che è. Con ciò cade la tesi della predicazione identica e vengono distinte chiaramente le due accezioni del verbo essere, quella predicativa e quella esistenziale:

Di conseguenza, l'ente, a sua volta, per innumerevoli cose, in innumerevoli casi, indiscutibilmente non è, e così anche gli altri generi, ciascuno preso a sé e tutti insieme, per molti rispetti sono, e invece, per molti altri non sono (*Sofista*, 260B).

Questo “essere per molti aspetti e per molti altri non essere” è proprio quanto sosteneva Eraclito, che Platone riprende, però con la consapevolezza della distinzione tra questo modo di predicare l'essere e invece quello del tutto diverso avente carattere esistenziale. Tale natura copulativa del verbo essere, che così rende possibile il giudizio in cui si predica la diversità, trova la sua base ontologica nella teoria della partecipazione dei generi fondata sulla teoria delle idee. E' possibile dire che “il coraggio è una virtù” in quanto l'idea di coraggio parte-

cipa dell'idea di virtù. Il giudizio viene concepito come nesso tra le idee, che ha il suo corrispettivo sul piano logico-linguistico nel nesso che lega il soggetto al predicato; e quest'ultimo è vero quando esprime un nesso reale di partecipazione. Analogamente, ne segue anche l'idea che l'inferenza è valida quando col pensiero si seguono le connessioni tra le idee quali esse sono. Come si vede, viene così ristabilito quel rapporto tra il piano logico-epistemico e quello ontologico che era stato spezzato da Gorgia e dai Sofisti. Ancora non viene però da Platone distinto il piano puramente linguistico da quello epistemico e pertanto differenziata la validità del discorso dalla sua verità.

- D – La dottrina della partecipazione delle idee è alla base dell'utilizzo che Platone fa della dialettica. Dobbiamo notare che il concetto di dialettica conobbe in Platone una evoluzione; inizialmente esso assumeva una accezione negativa, quando veniva considerato quale sinonimo di 'confutazione' (ad es. in Zenone ed in parte anche in Socrate). Tale accezione passerà in seguito nei circoli socratici minori (megarici, cirenaici, cinici). In seguito Platone parlerà sempre più in positivo della dialettica sino a concepirla (nel *Sofista*) come quel metodo della divisione (la 'diairesi') che avrebbe dovuto costituire lo strumento logico principale della filosofia, mediante il quale essa sarebbe in grado determinare i generi sommi dell'essere quali sue reali articolazioni. Le idee, infatti, si dispongono in forma piramidale: alla sommità si trova l'idea col massimo di estensione e il minimo di comprensione (l'idea del Bene o dell'Uno); quindi si degrada progressivamente passando ad idee sempre meno estese e più comprese. Divenendo meno estesa, diminuisce anche il numero dei termini dei quali un'idea può essere predicata ed aumenta il suo contenuto concettuale (cioè cresce il numero dei predicati ad essa attribuibili). La definizione di un'idea allora avviene secondo questa procedura: si parte da un'idea più ampia e la si divide sempre per due fino ad arrivare all'idea atomica, indivisibile, che è quella da definire; quindi basterà ripercorrere all'indietro tale scala per avere tutte le determinazioni concettuali che definiscono l'idea data. Un celebre esempio di tale modo di definire per diairesi è quello contenuto nel *Sofista* riguardante il pescatore con la lenza.

La logica classica aristotelica

1. Caratteri generali della logica Aristotelica.

Diamo innanzi tutto alcune caratterizzazioni del significato della logica di Aristotele. Possiamo innanzi tutto dire:

- Essa ha un carattere preliminare: cioè studia lo strumento stesso con cui regolare qualsiasi discussione o ricerca. *Organon* significa appunto ‘strumento’. Ciò vuol dire che nel sistema delle scienze dello Stagirita non trova posto la logica: essa, infatti, non considera né la produzione di qualcosa (come le scienze poietiche), né l’azione morale (come quelle pratiche), né una particolare realtà distinta da quelle che sono oggetto della metafisica o della matematica. Essa quindi non ha un contenuto suo proprio, un oggetto di cui è scienza, ma piuttosto si occupa della forma che deve avere ogni discorso che pretenda di dimostrare qualcosa, che voglia cioè essere scienza. E’ quindi una propedeutica generale a tutte le scienze.
- Aristotele non fece uso del termine ‘logica’; il suo utilizzo risale al tempo di Cicerone e si è consolidato definitivamente solo con Alessandro di Afrodisia (II-III sec.). Aristotele preferiva parlare di ‘analitica’ ed appunto *Analitici* sono denominati gli scritti fondamentali dell’*Organon*, nei quali è esposta la dottrina del sillogismo.
- **Le opere di logica.** A raggruppare tutte le opere logiche sotto il comune titolo di *Organon* è stato Andronico di Rodi (I sec.), che raccolse ed ordinò l’intero corpus aristotelico accorpandone gli scritti per affinità tematica. L’*Organon* comprende sei trattati che è assai difficile disporre esattamente in ordine cronologico; sembra comunque che il più antico sia il trattato chiamato *Categorie*, che sta a metà tra logica e metafisica e comprende la dottrina dei così detti predicabili, tra i quali i dieci supremi di sostanza, quantità, qualità, relazione, luogo, tempo, situazione, stato, azione, passione (ma solo le prime quattro sono oggetto di analisi approfondita). Immediatamente successiva, o contemporanea, è l’opera chiamata *Topici*, con la sua appendice *Elenchi sofistici*: la prima tratta del ragionamento ‘dialettico’, cioè del sillogismo che parte da premesse fondate sull’opinione ed è quindi solo probabile; i secondi invece si occupano di esaminare e confutare le argomentazioni sofistiche. Altra opera antica è il *Della interpretazione*, che ha come oggetto gli asserti, ovvero il giudizio e la proposizione, distinguendone i vari tipi. Le opere più mature sono gli *Analitici primi* e gli *Analitici secondi*, considerati i capolavori logici di Aristotele e nei quali viene affrontato il tipo di ragionamento che lo rese celebre: il sillogismo. Gli *Analitici primi* trattano della struttura del sillogismo in generale, delle sue diverse figure e dei modi; il tutto in maniera puramente formale, cioè prescindendo dai loro valori di verità ed prendendo in esame solo la loro coerenza formale. Gli *Analitici secondi* trattano del sillogismo scientifico, cioè di quello che, oltre ad essere formalmente corretto, è anche vero; per cui essi si occupano delle premesse dei sillogismi, di come vengono conosciute e dei problemi connessi alla definizione; è qui che troviamo la vera e propria dottrina aristotelica della dimostrazione.

Possiamo organizzare la presentazione della logica di Aristotele secondo

un'articolazione che va dai suoi elementi più semplici sino ad arrivare a quelli più complessi. Pertanto procederemo nell'ordine con l'analisi di:

- la dottrina dei termini e dei predicabili;
- la dottrina della proposizione o giudizio;
- la dottrina del sillogismo, distinguendo:
 - il sillogismo in quanto tale;
 - il sillogismo scientifico;
 - il sillogismo dialettico.

2. La dottrina dei termini e dei predicabili

I termini costituiscono l'elemento più semplice della logica e sono le componenti delle proposizioni. Nella proposizione "l'uomo corre", abbiamo due termini: 'uomo' e 'corre'; essi solo quando vengono combinati in una proposizione fatta di soggetto e predicato possono dar luogo ad un asserto vero.

Comprensione ed estensione. Possiamo distinguere i termini in base alla loro comprensione ed estensione:

- per *comprensione* o connotazione di un termine o concetto intendiamo l'insieme di attributi o idee che fanno parte di esso. Il concetto di libro comprende l'idea di pagina, indice, copertina ecc.
- per *estensione* s'intende invece il numero di cose che il concetto rappresenta; per cui il concetto di libro si estende a quello di matematica, di fisica, di filosofia ecc.

Quante più caratteristiche o attributi aggiungiamo ad un concetto, tanto più esso aumenta la propria comprensione e diminuisce la propria estensione. Un poligono comprende i quadrati, gli esagoni ecc.; un poligono quadrilatero comprende i quadrati, i rettangoli, i rombi ecc.; un poligono quadrilatero rettangolo comprende solo i quadrati e i rettangoli; e così via. Ne deriva che comprensione ed estensione stanno tra loro in rapporto proporzionale inverso: ad una maggiore comprensione corrisponde una minore estensione ed a una minore comprensione corrisponde una maggiore estensione.

- E' facile vedere come questa concezione riprenda la dottrina platonica della *diairesi*; tuttavia per Aristotele il limite della concezione platonica stava nel fatto che non veniva fornito un criterio rigoroso per stabilire la esatta divisione delle idee: come sapere se una idea costituisce una articolazione essenziale di un'altra, o invece solo una sua caratteristica accidentale? Come vedremo a tale limite Aristotele cercherà di ovviare con la sua dottrina della definizione, grazie alla quale si coglie il 'che cos'è' di un ente e quindi si è in grado di distinguere in esso i caratteri essenziali da quelli accidentali.

La gerarchia tra termini. I termini possono essere ordinati in base alla loro comprensione ed estensione, secondo una sorta di scala gerarchica. Ad un estremo vi saranno i termini più compresi e meno estesi (più *specifici*); all'altro quelli più estesi e meno compresi (più *generici*). Tale gerarchia è importante anche ai fini della predicazione: infatti un termine si può predicare di un altro solo se è di esso più esteso. Noi possiamo dire "I greci sono uomini", in quanto il termine 'uomo' è più esteso e meno compreso del termine 'greco'; ma non possiamo dire "gli uomini sono greci". E' ovvio che alla base della gerarchia si troveranno i concetti individuali, in quanto essi si possono predicare solo di se stessi: 'Socrate' non può essere predicato di alcun altro termine; possiamo solo dire "Socrate è Socrate".

La dottrina dei predicabili. Tale classificazione dei termini dà la possibilità ad Aristotele di precisare la distinzione tra sostanza ed attributo, definendo i modi in cui un attributo o predicato appartenga o non appartenga ad un soggetto. Vengono distinti nei *Topici* quattro tipi di attribuzione o predicazione:

- la **definizione**: è ciò che esprime l'essenza del soggetto, per cui diciamo per l'uomo che è un essere razionale;
- il **genere**: esprime gli attributi che possono essere riferiti ad un soggetto come la classe più ampia nella quale esso si inquadra, e quindi enuncia quanto il soggetto ha in comune con gli altri membri di tale classe; diciamo, ad es., che Socrate è un 'animale';
- il **proprio**: è un predicato che pur non esprimendo un attributo essenziale del soggetto, tuttavia si predica di tutti gli individui appartenenti al genere del soggetto; 'capace di ridere' si predica di tutti gli uomini, anche se non ne costituisce una caratteristica essenziale che rientra nella definizione di 'uomo'.
- l'**accidente**: è un attributo che non può essere predicato con universalità a tutti i soggetti appartenenti al medesimo genere, in quanto appartiene ad alcuni individui ma non ad altri; ad es., 'bianco' è accidente di 'uomo'.

In seguito Porfirio, alla fine del III secolo d.C., nella sua *Isagogé (Introduzione)* all'*Organon* apporta due modifiche alla lista dei predicabili data da Aristotele: alla definizione sostituisce la differenza ed al genere aggiunge la specie:

- la **specie**: è ciò che può essere attribuito al soggetto nella forma di una parte del genere; ad es., 'uomo' come parte del genere 'animale'. L'introduzione della specie è motivata in Porfirio dal fatto che, diversamente da Aristotele, egli prende in considerazione anche le proposizioni singolari, aventi come soggetto un individuo, il quale non può essere riferito direttamente ad un genere, bensì ad una specie di estensione minima.
- la **differenza** è ciò che, all'interno del genere, distingue una specie da un'altra; per es., rispetto al soggetto Socrate, è attributo di genere il termine 'animale' in quanto designa la classe più ampia di cui Socrate fa parte; è attributo di specie il termine 'uomo', che designa quella parte della classe più

ampia in cui Socrate rientra; è attribuito di differenza il termine 'razionale', che indica ciò che separa la specie umana dalle altre specie che sono interne al genere animale. In tal modo Porfirio ha la possibilità di eliminare la definizione dalla lista dei predicabili, in quanto essa viene effettuata utilizzando il genere prossimo e la differenza specifica.

Questa teoria di Porfirio verrà nel medioevo chiamata teoria delle *quinque voces* ('genere', 'specie', 'differenza', 'proprio' e 'accidente') e costituirà una delle dottrine di base dell'insegnamento della logica.

La definizione. Fatte queste distinzioni è possibile ora esporre in cosa consiste la definizione per Aristotele. Essa esprime il 'che cos'è' del soggetto ed ha una funzione reale e non soltanto nominale; ovvero esprime l'*essenza* dell'ente cui il soggetto si riferisce e non si limita a spiegarne il significato; e per *essenza* si intendono quelle proprietà di un soggetto che esso non può mutare senza perdere la propria identità.

- Con l'introduzione effettuata da Porfirio della differenza e della specie, la definizione viene ora effettuata indicando il *genere* più prossimo cui appartiene un soggetto e la *differenza* che separa la *specie* del soggetto dalle altre esistenti all'interno dello stesso genere. Ne consegue che l'essenza delle cose è data dalla *differenza ultima che caratterizza il genere*. Se vogliamo sapere quale sia la definizione di 'uomo' dobbiamo anzitutto individuare il *genere prossimo* cui esso appartiene, che non è quello di 'vivente' in quanto ad esso appartengono anche il cavallo e il bue, ma di 'animale'; per cui diremo che "l'uomo è un animale". Quindi dobbiamo individuare le differenze che esistono all'interno del genere 'animale' fino a trovare quella che caratterizza in modo peculiare la *specie* uomo; in questo caso tale differenza consiste nella 'razionalità'. Per cui la definizione che ne risulta sarà la seguente: "l'uomo è un *animale* (genere prossimo) *razionale* (differenza specifica)".

Le categorie. La scala gerarchica secondo la quale possono essere ordinati i termini configura quindi un albero che si dirama dai generi più estesi a generi sempre più particolari. Diversamente da Platone, Aristotele non pensava di potere unificare tali diramazioni facendole partire da un solo genere sommo (come il Bene o l'Uno): non esiste un genere generalissimo sotto il quale fare convergere predicati come 'bianco' e 'uomo'. Per cui egli individua una pluralità di punti di partenza che rappresentano i generi sommi dai quali si diramano gerarchie di termini aventi caratteristiche diverse. Tale generi sommi sono appunto le categorie, o sommi predicati. Esse sono dieci e ciascuna riunisce tutti i predicati esprimenti uno stesso aspetto del reale.

- Per cui ogni termine può indicare o una *sostanza* (ciò avviene quando, per es., il termine 'cavallo' indica 'un determinato cavallo' che è sostanza in quanto non appartiene ad un'altra cosa individua, non è, per es., come il colore del cavallo che appartiene appunto al cavallo), oppure una *quantità* (come il termine 'lungo due cubiti'), oppure una *qualità* (come il termine 'bianco'), oppure una *relazione* (come il termine 'doppio'), oppure un *luogo* (come il termine 'in piazza'), oppure un *tempo* (come il termine 'ieri'), oppure una *situazione* (come il termine 'seduto'), oppure uno *stato* (come il termine 'armato'), oppure un'*azione* (come il termine 'bruciare'), oppure infine una *passione* (come i termini 'esser bruciato').

Dal punto di vista metafisico le categorie rappresentano i significati fondamentali dell'essere, mentre dal punto di vista logico sono i generi supremi a cui deve poter esser riportato qualsiasi termine della proposizione. Per cui qualunque termine appartenga a qualunque proposizione deve essere predicabile da una delle dieci categorie. In tal modo tra ordine logico ed ordine ontologico sussiste una perfetta simmetria e solidarietà.

Rapporti tra categorie. È importante la dottrina aristotelica concernente i rapporti reciproci delle categorie tra loro. Egli infatti distingue due diverse strutture ontologiche cui corrispondono due differenti strutture predicative, che determinano due coppie di opposizioni: quella tra l'universale e l'individuale e quella tra ciò che è sostanziale e ciò che è accidentale. Possiamo infatti distinguere:

a) il “dirsi di un soggetto”.

- Questa forma predicativa è propria dell'universale, in quanto solo l'universale può essere predicato di ciascuna delle determinazioni in cui si esprime; così la *specie* si dice degli individui (“Socrate è uomo”) e il *genere* si dice della specie (“l'uomo è un animale”); ovviamente il genere sommo si dice di tutte le specie sottordinate e l'individuo funge solo da soggetto. In tale tipo di predicazione ha luogo un rapporto analitico, grazie al quale un certo individuo partecipa al genere ed alla specie, e le specie al genere sovraordinato.

b) l'“essere in un soggetto”.

- Tale forma predicativa esprime l'opposizione tra la sostanza e le determinazioni delle altre categorie, che costituiscono gli accidenti della sostanza. Infatti solo ciò che non è sostanziale, cioè l'accidentale, può essere in un soggetto. Così, ad es., quando formiamo il giudizio “l'uomo è bianco”, ‘bianco’ è *in un soggetto* sostanziale quale ‘uomo’. Ciò significa che le determinazioni categoriali diverse dalla sostanza non possono sussistere per se stesse, ma devono appoggiarsi per esistere alla sostanza; esistono, cioè, ‘nella’ sostanza. Solo in senso accidentale possono inerire ad un soggetto non sostanziale, come quando dico “il musico è bianco”, in quanto ‘musico’ è accidente di uomo per cui la predicazione del bianco in via primaria si riferisce all'uomo perché è solo quest'ultimo che è musico. Diversamente dal caso precedente, l'espressione “essere in un soggetto” stabilisce un *rapporto sintetico*, in quanto la condizione da essa denotata corrisponde a quello che noi oggi diciamo con lo “avere qualcosa”, ad es. che un corpo ha un certo colore; in tal caso il fatto che un certo colore è in un dato corpo non esprime una proprietà essenziale del corpo, ma qualcosa che si aggiunge ad esso come accidentale.

Ne derivano quattro tipi diversi di determinazioni e di enti:

- 1 – cose che “sono dette di un soggetto ma non sono in nessun soggetto”. Queste sono le sostanze universali (o universali sostanziali); per esempio ‘uomo’ (come specie) può essere detto di un soggetto (di un certo individuo come Socrate), in quanto a quest'ultimo conviene la definizione di uomo con tutte le sue connotazioni. Possiamo dire che “Socrate è un essere animale terrestre bipede e razionale”. Non possiamo però dire che ‘uomo’ è in un soggetto, in quanto non solo Socrate è un uomo.

- 2 – cose che “sono in un soggetto, ma non sono dette di nessun soggetto”. Sono questi gli accidenti (o proprietà) individuali (o individui non sostanziali); ad es., ‘bianco’ è certamente in un soggetto, in un corpo (infatti ogni colore è in un corpo), ma non si dice di nessun soggetto in quanto ad esso non conviene la definizione di ‘bianco’; infatti ‘bianco’ appartiene al genere ‘colore’, per cui quando diciamo “l’uomo è bianco” con ciò non esprimiamo una proprietà essenziale dell’uomo, ma solo una sua proprietà accidentale.
- 3 – cose che “sono dette di un soggetto e sono in un soggetto”. Sono gli accidenti (o proprietà) universali (o universali non sostanziali); ad esempio, la scienza è in un soggetto (per cui diciamo “la scienza di Pitagora”, nel senso che, come diceva Aristotele, la scienza è nell’anima di Pitagora) e si dice di un soggetto (per cui diciamo che la grammatica è una scienza).
- 4 – cose che “né sono in un soggetto né sono dette di un soggetto”. Sono gli individui sostanziali o sostanze prime, come ‘Socrate’: essi infatti sono solo in sé stessi e non si dicono di null’altra, ma solo di se stessi.

Possiamo riassumere quanto detto con la seguente tabella:

		si dicono di un soggetto	
		sì	no
sono in un soggetto	sì	universali non sostanziali (o accidenti universali)	individui non sostanziali (o accidenti individuali)
	no	universali sostanziali (o sostanze universali)	individui sostanziali (o sostanze prime)

Tabella I - Modi di predicarsi delle categorie

Sostanze prime e sostanze seconde. Da questa tabella e da quanto detto emerge l’importante distinzione tra sostanze prime e sostanze seconde.

- Le *sostanze prime* corrispondono a ciò che non si dice di un soggetto e non è in un soggetto, quali un determinato uomo (‘Socrate’, ‘il cavallo Bucefalo’), cioè gli individui concreti che sono identici con se stessi e possono costituire solo i soggetti di una possibile predicazione e mai possono fungere da predicati.
- Le *sostanze seconde* corrispondono ai predicati appartenenti alla categoria di sostanza, cioè quelle determinazioni che si dicono di un

soggetto ma non sono in un soggetto: esse esprimono il “che cos’è” e dunque coincidono con i generi e le specie (sostanza seconda è per es. la determinazione ‘uomo’ nella proposizione “Socrate è un uomo”).

Stabilite con ciò le caratteristiche dei termini e le regole con cui si possono da essi formare le proposizioni, bisogna passare all’analisi di queste ultime.

3. La dottrina della proposizione o giudizio.

I termini staccati non si possono considerare veri o falsi; verità e falsità sono, per Aristotele, proprietà della proposizione, che è formata dalla loro combinazione. Tale combinazione di termini esprime un giudizio, in cui si afferma o si nega un attributo di un soggetto. Il giudizio è pertanto l’atto con cui affermiamo o neghiamo un concetto di un altro concetto e il criterio della sua verità è offerto dalle cose stesse, per cui esso è vero quando le cose stanno come esso afferma che sono; altrimenti è falso. Oltre alle proposizioni vere e false, vi sono quelle, come le esclamazioni, i comandi, le preghiere ecc., che non sono né vere né false, per cui esse non vengono trattate dalla logica aristotelica.

La proposizione oggetto dell’analisi di Aristotele è quella che si esprime mediante un rapporto predicativo, per cui la sua composizione è data da un Soggetto (S), da una copula e da un Predicato (P): “S è P” (“Socrate è mortale”). Queste sono proposizioni di tipo dichiarativo o, come le chiama Aristotele, ‘apofantiche’; esse vengono anche dette ‘categoriche’.

- **Il significato di logos.** Aristotele parla dunque di *logos apofantikos*. Ma come deve essere inteso questo *logos*? Abbiamo prima visto che il *logos* può possedere tre diverse accezioni (*logos* come discorso, come legge del reale e come ragione umana o pensiero; vedi il § su Eraclito), sicché possiamo domandarci in quale di queste categorie rientri il *logos apofantikos* di Aristotele. In effetti quanto egli definisce il *logos* “un suono vocale dotato di senso” sembra sia orientato ad intenderlo come discorso e quindi dargli una dimensione linguistica. Ed in effetti la logica formale assume come suo oggetto i discorsi, prescindendo dal loro significato o dalle operazioni mentali che stanno alla base del loro profferimento. Tuttavia Aristotele sostiene anche che il *logos* è la sede del vero e del falso; in tal caso il riferimento ai pensieri diventa inevitabile perché è solo grazie a questi, cioè a quelli si che chiamano ‘giudizi’, che possiamo dire che un certo enunciato è vero o falso; per cui in questo caso la dimostrazione diventa un “discorso intimo dell’anima”. E’ proprio questo riferimento alla verità che può sottrarre la logica a quella utilizzazione eristica e nichilistica che era stata tipica dei sofisti, che così creavano uno iato tra linguaggio e realtà, negando al primo la capacità di predicare il vero. Pertanto possiamo dire che, pur avendo Aristotele ben chiara la distinzione tra il piano linguistico ed il piano concettuale – tra il discorso ed il pensiero che lo formula –, tuttavia egli mantenne uno stretto legame tra i due piani appunto allo scopo di dare al ragionamento umano un contenuto veritativo che ne impedisse gli esiti eristici.
- **Antipsicologismo.** Un’altra caratteristica deve essere sottolineata del *logos* ari-

stotelico: esso, quando viene assunto nella sua accezione di pensiero, deve essere tuttavia inteso come riferentesi ai contenuti oggettivi di questo, cioè ai suoi prodotti finiti, che sono i giudizi; non alla sua attività. Il vero e il falso si attribuiscono non agli atti della mente, ai suoi procedimenti, a quelle che sono da lui chiamate le “affezioni dell’anima”, ma ai prodotti che questa elabora. Infatti, mentre il pensiero ‘pensante’, ovvero il pensiero inteso come attività, è oggetto di altre scienze, in primo luogo della psicologia (ed infatti tale tema viene affrontato da Aristotele nel trattato *Dell’anima*), invece solo i suoi prodotti finiti (i giudizi, che hanno il loro corrispettivo linguistico negli enunciati) possono essere oggetto della logica. In tal modo lo Stagirita si orienta in senso antipsicologista, ancora una volta anticipando una delle caratteristiche della logica formale contemporanea che appunto si è edificata alla fine dell’800 proprio grazie alla lotta contro la sua interpretazione psicologista. Tale posizione antipsicologista fu infatti tipica dei fondatori della logica contemporanea, come Frege (ma anche Husserl nelle sue *Ricerche logiche*), Russell e Whitehead, oppure Twardowski, l’iniziatore della scuola analitica polacca nel cui contesto operarono Łukasiewicz, Tarski, Bocheński ecc.

Possiamo distinguere le proposizioni secondo la loro qualità e la loro quantità. Secondo la *qualità* possono essere affermative e negative; secondo la *quantità* possono essere universali, particolari, indefinite e singolari, in base alla maggiore o minore generalità del soggetto. Ciò può essere riassunto dalla tabella II:

		Quantità			
		universali	particolari	indefinite	singolari
Qualità	affermative	A Tutti gli S sono P	I Qualche S è P	S è P	Un certo S è P
	negative	E Nessun S è P	O Qualche S non è P	S non è P	Un certo S non è P

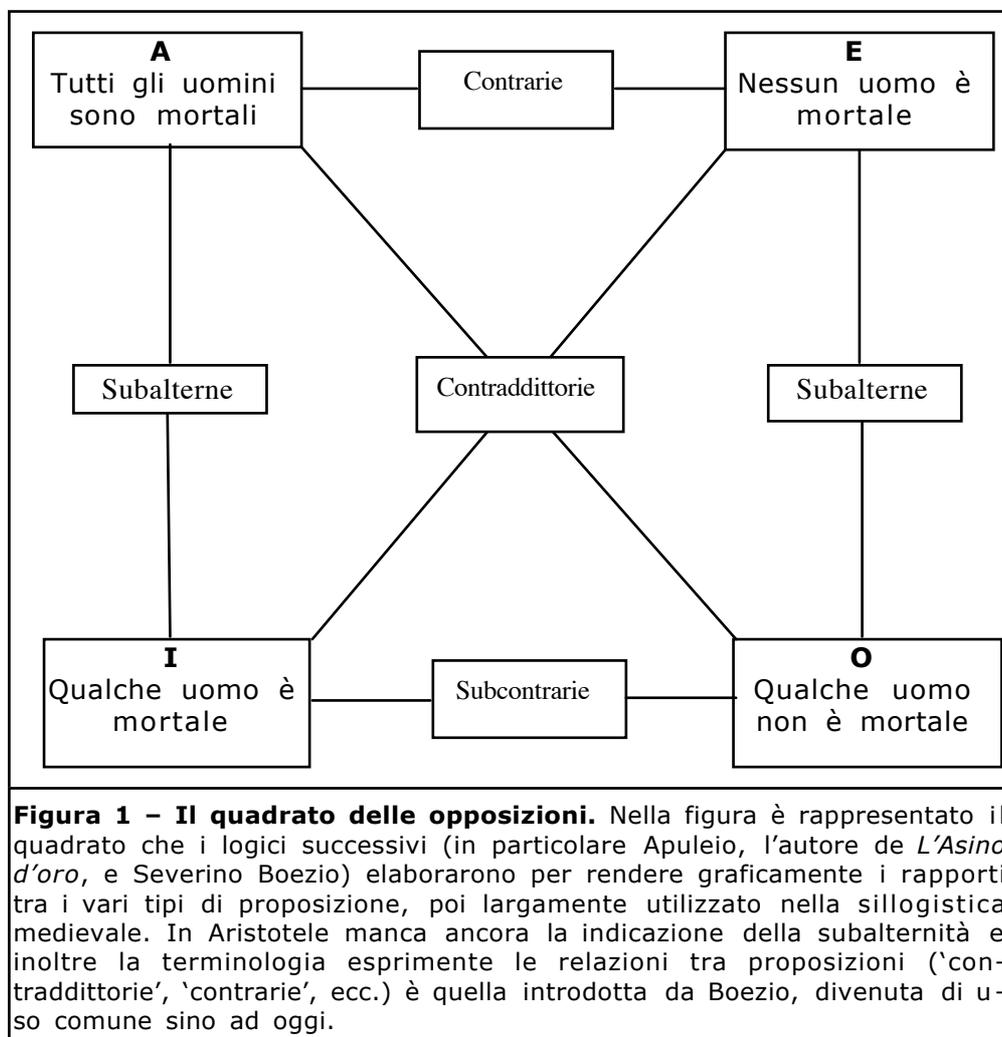
Tabella II - Le proposizioni secondo la qualità e la quantità. Le lettere A, I, E, O sono tradizionalmente usate per indicare le diverse proposizioni ed hanno una funzione mnemonica: A e I sono le prime due vocali di AffIrmo; E ed O sono le vocali di nEgO. La proposizione universale negativa può anche essere espressa con la locuzione “tutti gli S non sono P”, che è semanticamente equivalente a “nessun S è P”. Le proposizioni indefinite sono del tipo “L’uomo è bianco”, nella quale non è indicata la quantità (potrebbero essere intese o come universali o come particolari). Le singolari sono quelle che hanno come soggetto, nel linguaggio comune, un nome proprio: “Socrate è mortale”.

- **Proposizioni indefinite e singolari.** E’ negli *Analitici* che Aristotele introduce il concetto di proposizione *indefinita*, del genere “l’uomo è bianco”, con ciò intendendo “l’attribuzione o non attribuzione fatta senza indicazione di universalità o particolarità” (I, 1, 24a17-20). Tuttavia nella sua sillogistica egli si occupò principalmente delle proposizioni universali e particolari, in quanto considerò quelle singolari come assimilabili a quelle universali, perché il predicato viene at-

tribuito a tutt'intero il soggetto (come quando dico "Socrate è filosofo") e quelle indefinite come proposizioni particolari. Ciò è dovuto, nel primo caso, al fatto che una delle regole fondamentali del sillogismo è la possibilità di scambiare il soggetto col predicato e, come sappiamo, un termine singolare (come 'Socrate') non può fungere da predicato in una proposizione, se non in senso accidentale. Per quanto riguarda le proposizioni indefinite, esse vengono trattate come particolari in quanto la loro quantità non è precisata e pertanto si assume l'accezione più ristretta; altrimenti in un sillogismo avente come premessa una proposizione indefinita si potrebbe arrivare ad una conclusione che dica di più di quanto permesso dalle premesse; la conclusione non risulterebbe, insomma, con necessità in quanto resterebbe sempre l'ambiguità se considerare una proposizione indefinita come particolare o universale. Pertanto nella sua sillogistica Aristotele prese in considerazione solo le proposizioni universali e particolari.

- **Universalità essenziale ed estensiva.** Per quanto riguarda il significato della universalità, Aristotele distingue due accezioni: la *universalità essenziale* e la *universalità estensiva*. Nella *prima* il soggetto esprime la necessità di un'essenza (pertanto la predicazione è universale ed anche essenziale in quanto essa esplicita una connessione necessaria tra il soggetto ed il predicato); nella *seconda* il soggetto indica semplicemente la totalità degli individui appartenenti ad una data specie o delle specie appartenenti ad un dato genere (per cui la predicazione non esprime in questo caso una connessione necessaria tra il soggetto e il predicato). Ad es., quando affermiamo che "ogni triangolo equilatero è equiangolo" oppure che "ogni linea contiene un punto" indichiamo una necessità: appartiene infatti all'essenza di un triangolo equilatero che esso sia anche equiangolo e non sarebbe possibile altrimenti. Ma quando affermiamo che "tutte le monete nella mia tasca destra sono lire" non stabiliamo un legame necessario tra le monete della mia tasca e il fatto di essere lire; potrebbero essere anche dollari, in quanto non fa parte dell'essenza delle monete della mia tasca l'essere lire. Ma quando affermiamo "tutti i corvi sono neri" abbiamo a che fare con una universalità essenziale o con una estensiva? Potrebbero cioè esistere dei corvi non-neri, oppure appartiene all'essenza del corvo l'essere nero? Questo problema (proprio nella forma di questo esempio) è uno dei più discussi dell'epistemologia e della logica contemporanea in relazione allo statuto delle leggi scientifiche, intese come asserzioni universali. Tuttavia, sembra che per Aristotele la questione non rappresentasse un problema, in quanto egli intende la definizione come 'reale' (e non frutto di pura convenzione linguistica; vedi sopra) e quindi esprime una essenza obiettiva, una natura comune a più enti; per cui se la proposizione universale sui corvi è corretta, allora deve essere una proposizione universale essenziale.
- **Intensione ed estensione.** Abbiamo prima visto che i termini potevano essere classificati in base alla loro estensione ed alla loro comprensione. Ciò si riflette nel modo in cui deve essere intesa la proposizione, che appunto risulta dalla connessione tra due termini. Così, quando affermiamo che "tutti gli uomini sono mortali" possiamo intendere questa proposizione in maniera intensiva oppure in modo estensivo. Nel primo caso essa afferma che la mortalità è una delle proprietà che appartengono agli uomini, per cui il concetto di uomo *comprende* come una delle sue determinazioni la mortalità. Nel secondo caso, invece, essa afferma che l'insieme o classe degli uomini è inclusa nell'insieme più ampio dei mortali, per cui quest'ultimo *comprende* l'insieme degli uomini. Il problema sta nel fatto che non è chiaro per quale delle due interpretazioni abbia effettivamente optato Aristotele, sicché gli interpreti si dividono in 'comprendivisti' ed 'estensivisti' (tra questi ci stanno, ad es., Łukasiewicz, Bocheński e tutti coloro che hanno riletto la logica aristotelica alla luce e col formalismo della logica simbolica contemporanea). Si può tuttavia notare, in generale, che laddove Aristotele espone la sua teoria della proposizione utilizza un lessico che rende maggior-

mente plausibile una interpretazione ‘comprendivista’; egli infatti fa uso di locuzioni quali “il predicato **A** appartiene al soggetto **B**”, o “**A** è predicato di **B**”, il che indica una relazione tra concetti che è appunto intensiva. Nelle sue opere più tecniche e formali, come ad esempio negli *Analitici*, dove costruisce la teoria del sillogismo ed usa un linguaggio più formale, egli utilizza anche locuzioni di maggiore valenza estensivista, come “**A** appartiene a **B**”, “**A** è **B**”, che sono maggiormente idonee ad indicare una inclusione tra classi. Insomma, il punto di vista estensivista predomina laddove Aristotele prende in considerazioni questioni di validità formale, con ciò anticipando proprio la direzione percorsa dalla logica formale contemporanea, che appunto assume il punto di vista estensionalista come fondamentale. Ciò dà la possibilità di interpretare la teoria del sillogismo con gli strumenti formali della logica contemporanea, avendo però ben presente che così non si opera una fedele ricostruzione, dal punto di vista storico, delle intenzioni di Aristotele, che non sono in merito del tutto chiare, bensì una loro attualizzazione che mira ad enucleare quanto nella sua logica è spesso implicito. Ma ciò non avviene senza un prezzo; e questo consiste nel mettere tra parentesi il resto della filosofia di Aristotele, ritenendola inessenziale per la costruzione di



una logica formale e pertanto considerando quest'ultima come una struttura puramente astratta priva di contenuti od implicazioni di carattere filosofico. E' appunto questo il senso in cui venne intesa in generale la logica formale da quei studiosi che non solo contribuirono grandemente al suo sviluppo, ma anche

permisero il recupero e la rivalutazione della tradizione antica e medievale dal punto di vista della logica contemporanea, cioè i logici polacchi Łukasiewicz, Bocheński, Tarski, Salamucha e molti altri che qui non è il caso di menzionare.

Si possono rappresentare le relazioni reciproche che intercorrono tra le proposizioni mediante il cosiddetto *quadrato delle opposizioni*, elaborato dai logici successivi (vedi pag. precedente).

Così Aristotele caratterizza in *Della interpretazione* i rapporti tra i diversi tipi di proposizione:

- **Proposizioni contrarie.** Sono proposizioni universali che attribuiscono o negano una medesima determinazione (predicato) ad una medesima determinazione universale. Per esse vale la regola che possono essere una vera e l'altra falsa, oppure entrambe false, ma non entrambe vere. Infatti, quando affermo che “tutti gli uomini sono mortali” e “nessun uomo è mortale”, è vera la prima e falsa la seconda. Se invece affermo: “ogni pesce è marino” e “nessun pesce è marino”, avrò due proposizioni entrambe false, perché ci sono anche pesci di fiume.
- **Contrarietà e verità necessarie.** È stato osservato da Copi (*Introd. alla logica*, pp. 228-9) che nel caso in cui **A** o **E** siano una verità necessaria (cioè, una verità logica o matematica, come ad es. “tutti i quadrati sono rettangoli” o “nessun quadrato è un cerchio”) non è corretto affermare che esse sono contrarie. Infatti se una proposizione è necessariamente vera (cioè non è possibile che sia falsa) *non può* avere una contraria, in quanto per Aristotele due contrarie *possono* essere entrambe false. Le proposizioni **A** e **E** sono contrarie solo nel caso in cui sono *contingenti*, cioè non sono né necessariamente vere, né necessariamente false (ovvero possono essere sia vere che false). Una considerazione analoga è anche fatta per le proposizioni subcontrarie. Ovviamente tale osservazione di Copi si applica anche a quella che Aristotele ha chiamato “universalità essenziale” (vedi poco sopra). Se infatti è essenziale per un triangolo equilatero essere anche equiangolo, non ha senso affermare che le proposizioni **A**: “tutti i triangoli sono equiangoli”, ed **E**: “nessun triangolo è equiangolo” possono essere entrambe false. Pertanto la possibilità che due proposizioni contrarie siano entrambe false deve essere limitata al caso in cui abbiamo a che fare con quella che Aristotele chiama “universalità estensiva”, cioè quando il predicato non esprime l'essenza del soggetto.
- **Universalità essenziale e leggi scientifiche.** Tale questione si pone in sostanza, anche se in un contesto differente, nella discussione epistemologica contemporanea sul concetto di legge scientifica. La proposizione universale di Aristotele può essere resa mediante il calcolo proposizionale nel modo seguente:

$$\forall x[F(x) \supset G(x)]$$

che sta a significare: “per ogni x , se x ha la proprietà F , allora avrà anche la proprietà G ”. Così diremo che per ogni x , se x è un gas, allora si espanderà se riscaldato. Analogamente diremo, per usare gli esempi aristotelici, “per ogni x , se x è un uomo, allora x è mortale”. Tuttavia, si è consapevoli che non ogni asserto avente questa forma è di per sé una legge. Oltre a dover possedere il banale requisito di essere “vero” (o almeno ben confermato), si deve riconoscere che la forma universale esprime una condizione necessaria ma non

sufficiente affinché si abbia una legge genuina. Ad esempio, la proposizione “tutte le rocce di questa scatola contengono ferro” possiede, da un punto di vista formale, le caratteristiche di una legge, ma difficilmente si sarebbe disposti ad ammetterla come legge genuina. Si direbbe semmai che è una generalizzazione vera *accidentalmente*. Si è pertanto sostenuto (vedi N. Goodman, *Fatti, previsioni, ipotesi*, Laterza, Roma-Bari 1985, p. 88) che una genuina legge scientifica debba essere qualcosa di più di una mera connessione accidentale tra eventi: starebbe ad indicare una “universalità nomica”, intendendo con ciò un nesso “necessario” che lega la premessa alla conseguenza. Insomma, allo scopo di distinguere la conoscenza autentica ottenuta dal rinvenimento di leggi scientifiche che non siano mere generalizzazioni accidentali, viene avanzata al riguardo la stessa esigenza che era stata di Aristotele quando aveva distinto tra l’universalità essenziale e l’universalità estensiva ed aveva individuato la vera conoscenza nella capacità di cogliere le essenze. Come tale problematica sia stata sviluppata nel pensiero epistemologico contemporaneo fuoriesce dai limiti di questa trattazione.

- **Proposizioni contraddittorie.** Due proposizioni si oppongono in maniera contraddittoria quando “una afferma un attributo di un soggetto universale e l’altra lo nega di un soggetto non universale” (ad es., “tutti i greci sono poeti” è la contraddittoria di “qualche greco non è poeta”). In questo caso esse non possono essere entrambe vere o entrambe false (se l’una è vera, l’altra è falsa). Per cui quando affermo “nessun uomo è mortale” e “qualche uomo è mortale” o è vera la prima proposizione e la seconda falsa o viceversa. Come si nota, le proposizioni contraddittorie differiscono tra loro sia nella quantità (universali/particolari) sia nella qualità (affermative/negative). Si noti che la contraddizione è una opposizione tra proposizioni più forte della contrarietà, in quanto due proposizioni contraddittorie si escludono a vicenda in quanto non possono essere né entrambe vere né entrambe false, mentre due contrarie possono essere entrambe false
- **Proposizioni subcontrarie.** Sono le proposizioni opposte alle contrarie, dalle quali differiscono per la qualità. Vale la regola che possono essere una vera e l’altra falsa, entrambe vere, ma non entrambe false. Ad es. le proposizioni “alcuni pesci sono marini” e “alcuni pesci non sono marini” sono entrambe vere in quanto esistono sia pesci di mare che pesci di fiume. Ancora, delle proposizioni “alcuni fiori sono vegetali” e “alcuni fiori non sono vegetali”, la prima è vera, mentre la seconda falsa; tuttavia negli esempi forniti non è possibile che le due proposizioni siano entrambe false.
- **Proposizioni subalterne.** Sono proposizioni che differiscono solo per la quantità, come “tutti gli uomini sono mortali” e “alcuni uomini sono mortali”. In questo caso possono verificarsi tutte le ipotesi: possono essere sia entrambe vere, sia entrambe false oppure l’una vera e l’altra falsa. Tuttavia la verità dell’universale implica la verità della particolare, ma non viceversa; cioè se sono vere le **A** ed **E** allora sono anche vere rispettivamente la **I** e la **O**: da “tutti gli uomini sono mortali” segue che “qualche uomo è mortale”; ma da “qual-

che uomo è filosofo” non segue che “tutti gli uomini sono filosofi”.

- **Il “presupposto esistenziale” nel quadrato delle opposizioni.** V’è un presupposto implicito nelle proposizioni universali del quadrato delle opposizioni di Aristotele: la tacita accettazione della inesistenza delle classi vuote. Ciò significa che nella proposizione “Tutti gli uomini sono mortali” (**A**) si assume tacitamente che *esistono* degli uomini dei quali si possa predicare la mortalità; pertanto la classe degli uomini non può essere vuota, priva di elementi. Analogamente la proposizione “nessun uomo è mortale” (**E**) sta a significare che non è possibile predicare di alcun uomo la mortalità, assumendo comunque che esistono degli uomini; e tale predicazione dà come risultato una proposizione ovviamente falsa (e non potrebbe essere diversamente, visto che la sua contraria **A** è invece vera). Qualora si assuma invece che la classe degli uomini sia vuota (come ad esempio potrebbe accadere per quella che comprende i centauri), allora sia la proposizione “tutti i centauri sono quadrupedi” (**A**), sia la sua contraddittoria “qualche centauro non è quadrupede” (**O**) sarebbero entrambe false; il che va contro la tesi di Aristotele che le proposizioni contraddittorie non possano essere entrambe vere o entrambe false. Non solo, ma l’ammissione della classe vuota farebbe venir meno anche alcune di quelle inferenze che Aristotele chiama “immediate” (vedi di seguito) come quella che dall’universale (**A**) fa discendere la particolare (**I**), per cui da “tutti gli uomini sono mortali” deriva immediatamente che “alcuni uomini sono mortali”. Vedremo che le cose cambiano nella logica medievale, nella quale viene presa in considerazione la classe vuota, e quindi in quella contemporanea, con l’interpretazione booliana delle classi.
- **Il significato di ‘qualche’ e ‘alcuni’.** Bisogna notare anche la particolare accezione che hanno in Aristotele e nella logica classica sillogistica le proposizioni particolari, introdotte da ‘qualche’ ed ‘alcuni’. Quando si afferma che “qualche uomo è mortale” (**I**) non solo si assume tacitamente che esistono degli uomini (è il “presupposto esistenziale” di cui al punto precedente), ma inoltre implicitamente si afferma che l’attributo della mortalità non è esaurito da tutti gli uomini, cioè che esistono anche altri enti dei quali si può predicare la mortalità. Ciò è in analogia a quanto avviene nel linguaggio ordinario: quando si afferma che “alcuni uomini sono pittori”, si vuole dire che *solo alcuni*, ma *non tutti* gli uomini hanno la proprietà di essere pittori. Per cui tacitamente si esclude che la classe degli uomini possa coincidere con quella dei pittori e quindi si afferma che non tutti gli uomini sono pittori. Le cose cambiano invece nel calcolo dei predicati moderno. In esso il quantificatore esistenziale, espresso col simbolo \exists (onde la notazione $\exists xPx$ si legge: esiste un elemento x tale che esso possiede la proprietà P), ha il significato di “almeno uno”, cioè: “esiste almeno un uomo tale che esso è pittore”. Esso pertanto *non esclude che tutti* gli uomini possano essere pittori; è soltanto una affermazione meno forte rispetto a quella universale introdotta dal ‘tutti’ ed esprime solo una condizione minimale per la sua verità, ossia che la proposizione “qualche uomo è pittore” è vera anche se solo un uomo fosse pittore.
- **Relazione tra predicato e soggetto.** Si osservi infine che in base alla dottrina aristotelica dei predicati (secondo la quale un termine può essere predicato di un altro solo se è di esso più esteso; v. sopra) nelle proposizioni universali quali “tutti i greci sono uomini” si deve assumere che il predicato della umanità sia più esteso del soggetto “greci”. Pertanto è escluso che possa accadere che la classe dei greci possa esaurire del tutto quella degli uomini, nel senso che non esistano uomini che non siano greci e viceversa, che non esistano greci che non siano uomini (sicché, detto in sintesi, le due classi - quella dei greci e degli uomini - avrebbero lo stesso numero di elementi). Analogamen-

te, per le proposizioni particolari quali “alcuni greci sono mortali” non solo vale quanto detto nel punto precedente, ma è parimenti escluso che il carattere della mortalità sia meno esteso di quello dei greci, nel senso che possano esistere dei greci che sono non-mortali. Si consideri ad esempio la proposizione “alcuni artisti sono banchieri”; essa, nella interpretazione aristotelica, non solo esclude che *tutti* gli artisti siano banchieri, ma anche che i banchieri siano meno numerosi degli artisti, per cui possa accadere che non esistano banchieri che non siano artisti pur esistendo artisti che non sono banchieri.

Le inferenze immediate. La classificazione delle proposizioni effettuata da Aristotele, poi completata col quadrato delle opposizioni, dà la possibilità di effettuare quelle che i logici successivi chiameranno le “inferenze immediate”, per distinguerle da quelle mediate che sono tipiche del sillogismo. Sono dette ‘immediate’ in quanto la proposizione inferita viene ricavata da un’altra proposizione senza la mediazione di una terza proposizione, come invece avviene tipicamente col sillogismo (nel quale, come vedremo, sono necessarie tre proposizioni: le due premesse e la conclusione). Possiamo distinguere:

- inferenze immediate che avvengono per ‘opposizione’
- inferenze immediate che si effettuano per ‘conversione’.

Nelle prime l’inferenza è effettuata prendendo in considerazione solo la quantità e la qualità delle proposizioni e stabilendo quindi dei rapporti di derivazione tra le diverse proposizioni che fanno parte del quadrato delle opposizioni. Così, ad esempio, se la universale affermativa “tutti gli uomini sono mortali” è vera, allora si può immediatamente inferire anche la verità della particolare affermativa “qualche uomo è mortale”; e se è vera “nessun uomo è mortale” (**E**) allora sarà falsa “qualche uomo non è mortale” (**O**). Le relazioni di derivazione immediata tra le proposizioni facenti parte del quadrato delle opposizioni sono sintetizzate nella tabella III.

- I risultati della tabella III possono essere resi anche graficamente utilizzando la disposizione del quadrato delle opposizioni, nel modo esemplificato dalla figura 2 della pagina seguente.
- Quanto sintetizzato nella tabella III e nella figura 2 viene di solito enunciato mediante le cosiddette “leggi dell’opposizione logica”, riferite alla subalternazione, alla contraddizione e alla subcontrarietà. Esse sono le seguenti:

Leggi delle subalterne:

- la verità dell’universale (**A**, **E**) implica la verità del particolare (**I**, **O**);
- la verità del particolare (**I**, **O**) non implica la verità dell’universale (**A**, **E**);
- la falsità del particolare (**I**, **O**) implica la falsità dell’universale (**A**, **E**);
- la falsità dell’universale (**A**, **E**) non implica la falsità del particolare (**I**, **O**).

Leggi delle contraddittorie:

- la falsità dell’universale affermativa (**A**) implica la verità della particolare negativa (**O**);
- la falsità dell’universale negativa (**E**) implica la verità della particolare affermativa (**I**);
- la falsità della particolare negativa (**O**) implica la verità dell’universale affer-

- mativa (**A**);
- la falsità della particolare affermativa (**I**) implica la verità dell'universale negativa (**E**).

Leggi delle contrarie:

- le proposizioni contrarie non possono essere entrambe vere;
- le proposizioni contrarie possono essere entrambe false.

Premesse		Conclusioni			
		A	E	I	O
Vere	A	-	F	V	F
	E	F	-	F	V
	I	?	F	-	?
	O	F	?	?	-
False	A	-	?	?	V
	E	?	-	V	?
	I	F	V	-	V
	O	V	F	V	-

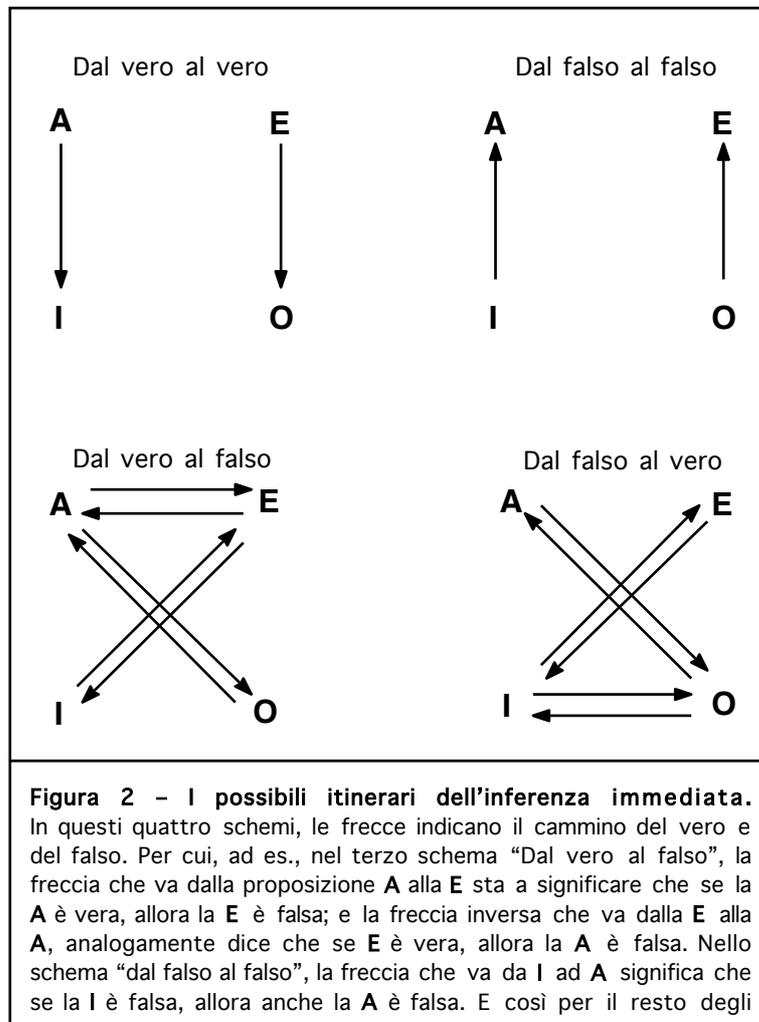
Tabella III - Relazioni di inferenza immediata tra le proposizioni. La tabella indica il rapporto di inferenza immediata esistente tra le proposizioni universali affermative (**A**), le universali negative (**E**), le particolari affermative (**I**) e le particolari negative (**O**), per quanto riguarda il loro valore di verità (V = vero, F = falso). Essa si legge in questo modo: se la premessa è una universale affermativa vera (**A**) (prima riga) allora da essa si può inferire immediatamente una universale negativa (**E**) falsa, una particolare affermativa (**I**) vera ed una particolare negativa (**O**) falsa. Il punto interrogativo sta ad indicare che non è possibile trarre alcuna conclusione (ovvero, la conclusione può essere indifferentemente vera o falsa).

Leggi delle subcontrarie:

- le proposizioni subcontrarie non possono essere entrambe false;
- le proposizioni subcontrarie possono essere entrambe vere.

Si può facilmente constatare che tutte queste leggi sono riassunte nella tabella III e nella figura 2. Ad esempio, la seconda legge delle subcontrarie sta a significare che se **I** è vera, allora la **O** può essere vera oppure falsa; il che significa che dalla **I** non può essere implicata né la verità né la falsità di **O**, per cui la riga tre della tabella III mette all'incrocio tra **I** ed **O** un punto interrogativo, indicando con ciò la possibilità che la **O** possa essere indifferentemente vera o falsa. Analogamente, nella figura due (diagramma "dal vero al falso") non v'è alcuna freccia che porta dalla verità della **I** alla **O**.

La prima legge delle subcontrarie a sua volta sta a significare che se **I** è falsa, allora la **O** deve essere vera. Ed infatti nella tabella III, alla riga settima, abbiamo all'incrocio tra **I** ed **O** l'indicazione di vero; e rispettivamente la figura due ci dice (diagramma "dal falso al vero") che dalla **I** falsa possiamo implicare la **O** vera. Analoghe considerazioni si possono svolgere anche per tutte le altre leggi.



###Le conversioni tra proposizioni. Sempre utilizzando il quadrato delle opposizioni è possibile avere le inferenze per conversione (o 'anti-strofe', come la chiama Aristotele), che si ottengono utilizzando apposite regole che permettono di passare da una proposizione all'altra mediante lo scambio del soggetto col predicato o grazie ad altre trasformazioni. Le più importanti conversioni esplicitamente teorizzate da Aristotele sono:

- **Conversione semplice:** quando si scambia in E ed I soggetto e predicato, restando qualità e quantità immutate. Si passa ad es. da "nessun uomo è pietra (E)" alla sua *conversa* "nessuna pietra è uomo (E)"; da "qualche cane è nero (I)" alla *conversa* "qualche nero è cane (I)". È ovvio che per Aristotele non è possibile effettuare tale conversione per le proposizioni A (e passare così da "tutti gli uomini sono mortali" a "tutti i mortali sono uomini") e O.
- **Conversione per accidens:** essa è ottenuta combinando due trasformazioni. Infatti da una proposizione universale (A od E) possiamo ricavare per subalternazione la particolare relativa (I od O) (1^a legge delle subalterne; ma vedi anche la tabella III e la figura 2): da "Tutti i cani sono mammiferi" otteniamo "Alcuni cani sono mammiferi". Quindi possiamo effettuare la conversione della particolare, ottenendo il risultato voluto: da "Alcuni cani sono mammiferi", arri-

viamo a “Alcuni mammiferi sono cani”. In tal modo si trasforma la proposizione originaria in un’altra di minore estensione, con il soggetto della proposizione originaria divenuto il predicato della nuova proposizione e viceversa. Da “Tutti gli uomini sono mortali (**A**)” otteniamo “Alcuni mortali sono uomini (**I**)”; da “Nessun uomo è mortale (**E**)” abbiamo “Qualche mortale non è uomo (**O**)”.

- Al solito i logici medievali hanno completato il quadro fornito da Aristotele coll’esplicitare certe altre forme di conversione da lui non palesemente teorizzate, anche se utilizzate nelle sue opere. Per cui hanno aggiunto due ulteriori conversioni in cui la negazione non si applica alla proposizione, ma anche ai termini:
- la **conversione per obversione**: quando si trasforma una proposizione cambiando la sua qualità (da affermativa a negativa o viceversa) e si rimpiazza il termine predicato con la sua negazione. Così la proposizione **A** “tutti gli uomini sono mortali” diventa per obversione “nessun uomo è non-mortale” (**E**), che è del tutto equivalente alla prima. Per cui possiamo passare per obversione da **A** ad **E**, da **E** a **A**, da **I** ad **O** e da **O** ad **I**.

Si noti che nella obversione avviene, oltre alla negazione della proposizione (ovvero il cambiamento della sua qualità), anche la negazione del termine predicato, effettuata mediante la apposizione del ‘non’ davanti al termine: “Nessun uomo è *non*-mortale”. Tale modalità particolare della negazione del termine, sconosciuta ad Aristotele, viene introdotta nel medioevo e presuppone una considerazione estensiva di ciò che è designato dai singoli termini (vedi quanto prima detto a proposito di “intensione ed estensione”). Il termine ‘mortale’ designa in questo caso la classe (o ‘insieme’) di tutti gli enti che sono mortali, mentre la sua negazione, ‘non-mortale’, designa la sua classe complemento, ovvero quella che comprende tutti gli enti che non sono mortali. Ne segue che il passaggio da **A** ad **E** non fa pervenire ad una proposizione **E** avente la sua forma standard. In quest’ultimo caso abbiamo che da **A**: “Tutti i cani sono mammiferi”, otteniamo **E**: “Nessun cane è mammifero”. Invece con l’obversione otteniamo una **E**’: “Nessun cane è *non*-mammifero”, il cui predicato è diverso da quello contenuto nella **E**. In tal modo si ha una doppia negazione che porta alla proposizione di partenza, onde ne segue che la proposizione originaria e la sua obversa sono del tutto equivalenti.

- la **conversione per contrapposizione**: vale senza restrizioni solo per **A** e **O** e consiste nello effettuare la inversione del predicato con il soggetto e contemporaneamente la loro negazione, restando quantità e qualità immutate; da “Tutti gli uomini sono mortali (**A**)” otteniamo “Tutti i non-mortali sono non-uomini (**A**)”; da “Alcuni uomini non sono mortali” (**O**), otteniamo “Alcuni non-uomini non sono non-mortali”. Si faccia attenzione che qui si negano soggetto e predicato, non la proposizione, per cui la qualità rimane immutata. Vale anche per la contrapposizione quanto detto sulla negazione dei termini a proposito della obversione.

La contrapposizione è in effetti ricavabile mediante tre successive applicazioni di obversione-conversione-obversione. Infatti abbiamo:

Tutti gli uomini sono mortali	<i>proposizione di partenza</i>
Nessun uomo è non-mortale	<i>ottenuta per obversione</i>
Nessun non-mortale è uomo	<i>ottenuta per conversione</i>
Tutti i non-mortali sono non-uomini	<i>prop. finale contrapposta, ot-</i>

tenuta dalla precedente per obversione

Infine si noti che non è possibile la conversione per contrapposizione di **E** ottenendo nuovamente una **E**. Infatti la contrapposta di “Nessun avvocato è giudice” sarebbe “Nessun non-giudice è un non-avvocato”, che chiaramente non è equivalente alla prima. La ragione di ciò sta nel fatto che alla proposizione **E** non può essere applicata la successione di obversione-conversione-obversione, come nell’esempio prima riportato per **A**. In particolare la conversione successiva alla prima obversione non può essere effettuata se non per limitazione; per cui abbiamo la seguente successione:

Nessun avvocato è giudice	<i>proposizione di partenza</i>
Tutti i giudici sono non-avvocati	<i>ottenuta per obversione</i>
Alcuni non-avvocati sono giudici	<i>ottenuta applicando la conversione per accidens, in quanto non è possibile applicare la conversione semplice</i>
Alcuni non-giudici non sono non-avvocati	<i>prop. finale contrapposta, ottenuta per obversione della precedente</i>

In tal modo, partendo da una proposizione **E**, otteniamo una proposizione **O**, la quale tuttavia (così come accade per la conversione *per accidens*) non è logicamente equivalente alla proposizione di partenza, così come invece avviene in tutti gli altri casi di contrapposizione. In questo caso si parla di “contrapposizione per limitazione”.

Come abbiamo notato nel caso della conversione semplice, non sempre è possibile operare la conversione tra i diversi tipi di proposizione facenti parte del quadrato delle opposizioni. La situazione può essere riassunta nelle tabelle IV e IVb:

		Regole di conversione			
		Semplice	Per accidens	Per obversione	Per contrapposizione
Tipi di proposizioni	A	----	I*	E	A
	E	E*	O	A	O
	I	I*	----	O	----
	O	----	----	I	O

Tabella IV - Tipi di conversione possibili tra proposizioni. La tabella deve essere letta in questo modo: in orizzontale, la proposizione **A** può essere convertita in **I** *per accidens* ed in **E** per obversione e contrapposizione, ecc.; in verticale, la regola di conversione semplice si applica alle proposizioni **E** ed **I**, ecc. Sono indicate con * i tipi di conversione esplicitamente teorizzate nelle opere di Aristotele.

		Regole di conversione			
		Semplice	Per accidens	Per obversione	Per contrappos.
A Tutti gli S sono P	----	I Qualche P è S	E Nessun S è non- P	A Tutti i non- P sono non- S	
E Nessun S è P	E Nessun P è S	O Qualche P non è S	A Tutti gli S sono non- P	O Alcuni non- P non sono non- S	
I Qualche S è P	I Qualche P è S	----	O Qualche S non è non- P	----	
O Qualche S non è P	----	----	I Qualche S è non- P	O Qualche non- P non è non- S	

Tabella IVb - Esempi dei vari tipi di conversione tra proposizioni.

La teoria delle proposizioni è la base su cui Aristotele edifica la sua teoria del sillogismo, o teoria dell'inferenza mediata, che resta la sua gloria maggiore e costituisce la parte più importante della forma antica di logica e tale resterà anche per tutto il medioevo.

4. La dottrina del sillogismo

Affinché si abbia ragionamento – cioè “inferenze mediate”, in contrapposizione a quelle ‘immediate’ viste nel paragrafo precedente – non è sufficiente negare o affermare qualcosa di qualcos'altro; è necessario connettere i singoli giudizi tra loro in modo da derivare la conclusione che cerchiamo, in modo indiscutibile, dai giudizi che abbiamo già am-

messo. La caratterizzazione generale del sillogismo (inteso come *argomentazione deduttiva*) e dei suoi diversi tipi viene fornita da Aristotele in un celebre passo dei *Topici*:

“‘Sillogismo’ è propriamente un discorso in cui, posti alcuni elementi, risulta per necessità, attraverso gli elementi stabiliti, alcunché di differente da essi. Si ha così da un lato dimostrazione, quando il sillogismo è costituito e deriva da elementi veri e primi, oppure da elementi siffatti che assumano il principio della conoscenza che li riguarda attraverso certi elementi veri e primi. Dialettico è d’altro lato il sillogismo che conclude da elementi fondati sull’opinione. Elementi veri e primi sono inoltre quelli che traggono la loro credibilità non da altri elementi, ma da se stessi: di fronte ai principi delle scienze, non bisogna infatti cercare ulteriormente il perché, e occorre invece che ogni principio sia per se stesso degno di fede. Fondati sull’opinione sono gli elementi che appaiono accettabili a tutti, oppure alla grande maggioranza, oppure ai sapienti, e tra questi o a tutti, o alla grande maggioranza, o a quelli noti e illustri. Eristico è poi il sillogismo costituito da elementi che sembrano fondati sull’opinione, pur non essendolo, e anche quello che all’apparenza deriva da elementi fondati sull’opinione o presentatisi come tali: invero non tutto ciò che sembra fondato sull’opinione lo è anche” (*Topici*, 100a 25 – 100b 26).

Tale brano è significativo essenzialmente per due motivi:

- Innanzi tutto compare una chiara caratterizzazione del *sillogismo quale argomentazione deduttiva puramente formale*, la cui necessità logica deriva dalla sua struttura sintattica, cioè dalla sua forma; infatti posti correttamente i termini iniziali, segue “per necessità” la conclusione. Ciò permetterà in seguito ad Aristotele (in particolare negli *Analitici primi*) la sostituzione sistematica con lettere variabili dei termini concreti che fanno parte del sillogismo, che poi sostituite con costanti danno luogo ai ragionamenti effettivi, i quali saranno corretti in quanto possiedono il medesimo schema logico-sintattico. Tale sostituzione dei termini concreti con variabili ha un’importanza fondamentale nella storia della logica, tanto che alcuni storici hanno sostenuto che è stata proprio questa la più importante acquisizione di Aristotele, ritenendolo così il fondatore della logica formale (D. Ross e J. _ukasiewicz). Tuttavia, anche in tale caso bisogna notare che Aristotele fece uso delle variabili, ma non ne teorizzò né giustificò l’impiego. Solo più tardi alcuni suoi commentatori (Alessandro di Afrodisia e Giovanni Filopono; vedi sotto) cominciarono ad avere piena consapevolezza della loro funzione, giustificandone l’uso in modo esplicito.
- **Uso delle lettere variabili.** Le lettere variabili delle quali fece uso Aristotele (‘A’, ‘B’, ‘□’ ecc., che sono ovviamente lettere greche) possono essere sostituite solo ai termini universali come ‘uomo’, ‘animale’ ecc., ma non a termini individuali (come ‘Socrate’, ‘Callia’ ...). Ciò significa che nell’articolazione della sua sillogistica egli trascurò del tutto i termini individuali, e ciò è giustificato (come abbiamo visto) dal fatto che questi ultimi non possono mai fungere da predicato. Sicché il classico sillogismo che spesso viene portato ad esempio: “tutti gli uomini sono mortali; Socrate è uomo; Socrate è mortale” non è aristotelico, ma di origine medievale.

- **Logica formale e logica formalista.** Il fatto di poter considerare la logica di Aristotele come formale non equivale a dire che essa sia formalista, così come ha ben precisato Łukasiewicz. Affinché una logica sia formalista è necessario che tutti i termini e le formule in essa impiegati siano resi facendo del tutto astrazione dai significati che possono possedere. Ma in effetti Aristotele non si spinge sino a tanto; se è vero che al posto dei termini egli sostituisce delle lettere – facendo quindi astrazione dal significato dei termini concreti – tuttavia mantiene alle altre parole ed espressioni che entrano a far parte della proposizione e del ragionamento tutto il loro significato. E' proprio ciò a permettergli di cambiare modo di esprimersi, per esempio quando collega soggetto e predicato, per cui a volte usa la semplice copula 'è' ("A è B"), altre volte utilizza il termine 'appartenere' ("A appartiene a B"), altre volte utilizza la locuzione "essere predicato di" ("B è predicato di A"). Il fatto che queste espressioni diverse vengano usate interscambiabilmente significa che sono trattate come sinonime e che quindi Aristotele nel farne uso tiene ben presente il loro significato. Analogamente a volte, nel collegare tra loro le proposizioni, l'antecedente viene introdotto col 'se', altre volte col 'quando' e così via. Oltre a comportare ciò dei problemi di interpretazione (abbiamo visto che si può della connessione tra i termini in una proposizione fornire o una interpretazione intensionale o una estensionale, a seconda di quali espressioni vengano usate da Aristotele), ciò dimostra che dietro la variabilità delle forme verbali a contare è per Aristotele il significato di cui esse sono veicolo. E' tale permanere della dimensione semantica che impedisce di considerare formalistica la logica aristotelica; essa è pertanto diversa, per questo punto di vista, dalla logica formale contemporanea.
- In secondo luogo Aristotele dà una *classificazione dei diversi tipi di sillogismo*, distinguendo quello scientifico, solo col quale si hanno le dimostrazioni, da quello dialettico e da quello eristico.
- **Il sillogismo è scientifico** quando "è costituito e deriva da elementi veri e primi"; cioè in cui alla correttezza dello schema logico-sintattico si unisce anche la *verità delle proposizioni che ne costituiscono le premesse*, sicché la conclusione cui si perviene, grazie alla correttezza dell'inferenza assicurata dallo schema sintattico, è anch'essa vera. Solo in questo caso abbiamo 'dimostrazione'; come dice altrove Aristotele, "la dimostrazione è infatti un particolare sillogismo, mentre non tutti i sillogismi sono dimostrazioni" (*An. primi*, 25b 30-31). Ciò significa che lo schema logico sintattico non ci dice nulla su ciò che possiamo sostituire alle variabili, le quali devono essere opportunamente "interpretate": è questo il problema semantico della verità e del significato. Inoltre tali elementi 'primi' devono trarre la loro credibilità non da altri elementi, ma da se stessi: cioè non devono essere ulteriormente dimostrabili, ma di per sé evidenti, altrimenti si cadrebbe nel regresso all'infinito.
- **Il sillogismo è dialettico** quando è fondato sull'opinione; il termine greco è *endoxos*, che significa 'opinione comune' ed indica quelle cognizioni non deducibili sillogisticamente e che sono accettate come principi della scienza, cui si perviene o induttivamente oppure intuitivamente.
- **Il sillogismo è eristico** quando le premesse *sembrano* essere fondate su *endoxa* ed invece non lo sono, oppure quando sembrano concludere correttamente ed invece contengono qualche errore d'inferenza; si hanno in questo caso i *paralogismi* o ragionamenti scorretti, che sono esaminati nell'opera *Elenchi sofistici*, che spesso viene anche considerata come un ulteriore libro dei *Topici*.

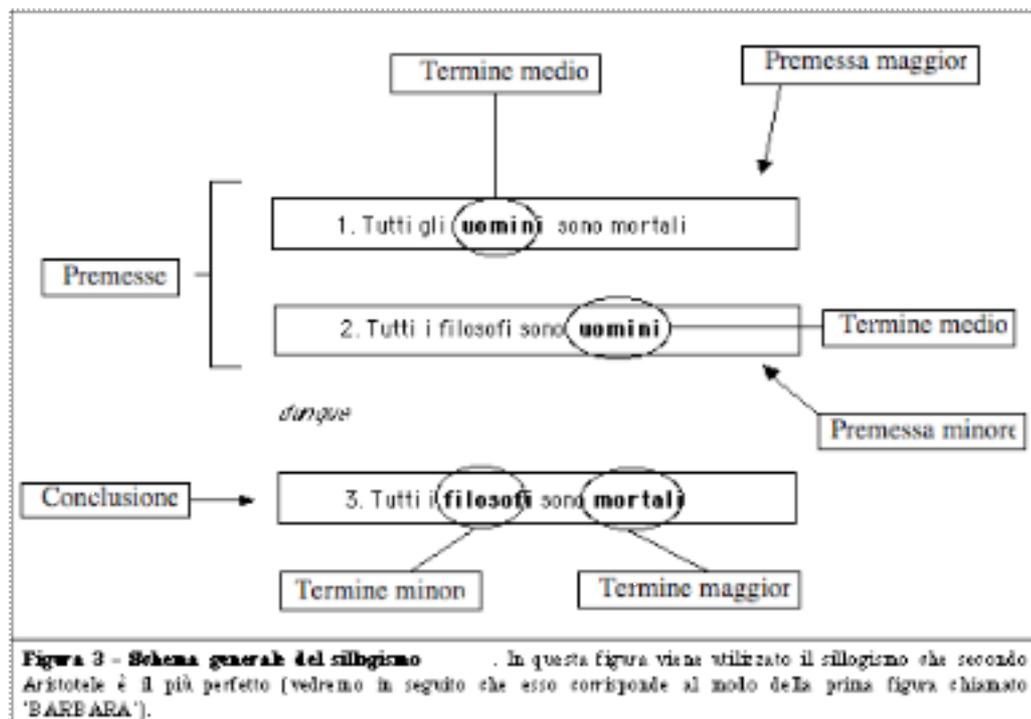
La definizione di sillogismo fornita sopra è piuttosto ampia, in quanto concerne ogni tipo di ragionamento deduttivo; essa viene in seguito (negli *Analitici primi*) ristretta ad indicare solo quei ragionamenti in cui la conclusione segue solo da due premesse.

Nelle due premesse i termini che fanno parte della conclusione vengono collegati ad un terzo termine, detto *medio*, che viene a svolgere la funzione di asse del ragionamento. Per 'termini' si intendono i soggetti e i predicati che entrano a fare parte delle premesse e della conclusione, cioè delle tre proposizioni che compongono il sillogismo, le quali sono proposizioni apofantiche o categoriche del tipo **A, E, I, O**.

Vediamo quale sia la struttura di un sillogismo categorico con un esempio concreto rappresentato nella figura 3.

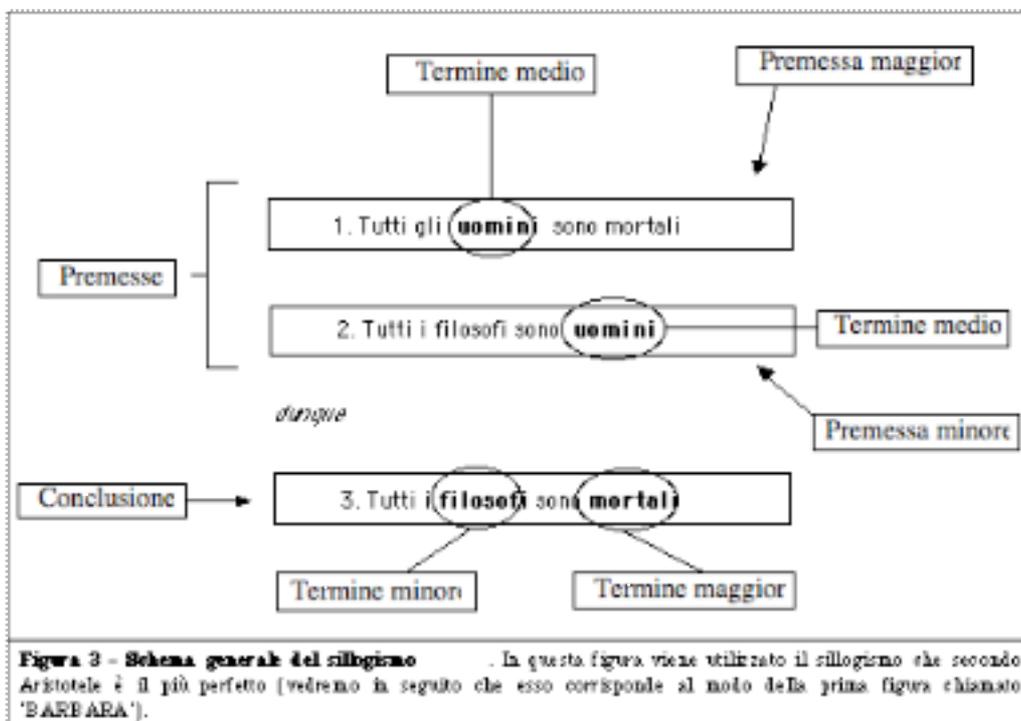
Da questa figura sono ricavabili i significati dei vari termini:

- è *termine (o estremo) maggiore* quello che nella conclusione funge da predicato (in quanto ha maggiore estensione del soggetto) e compare nel sillogismo per primo, cioè nella *premissa maggior*;



- E' stato Giovanni Filopono, commentatore di Aristotele del VI-VII sec. d.C., a proporre di definire il termine maggiore come quello che ha la funzione di predicato nella conclusione; tale proposta sarà quindi largamente adottata nella filosofia medievale.
- è *termine (o estremo) minore* quello che nella conclusione ha la funzione di soggetto (in quanto ha la minore estensione rispetto al predicato) e compare nel sillogismo nella *premissa minore*.

- è *termine medio* quello che può assumere la funzione di soggetto o



di predicato nelle due premesse, ma mai compare nella *conclusione*;

Si dice che il sillogismo è in *forma normale* quando le sue premesse sono date in un certo ordine, ovvero quando la premessa maggiore viene data per prima e la premessa minore per seconda e le conclusioni per ultima. Tuttavia la premessa maggiore viene chiamata così non perché compaia per prima, ma solo in quanto contiene il termine 'maggiore', che è definito come tale solo perché ha la funzione di predicato nella conclusione. Lo stesso discorso vale per la premessa minore ed il termine minore in essa contenuto.

Figure del sillogismo. I sillogismi possono essere divisi in figure in base al posto che occupa il termine medio nelle due premesse. Se indichiamo con la lettera **M** il termine medio, con **S** il soggetto della conclusione (che è anche il termine, o estremo, minore) e con **P** il suo predicato (che è il termine, o estremo, maggiore), possiamo avere le possibili combinazioni illustrate nella tabella V, chiamate 'figure'. In effetti Aristotele teorizzò esplicitamente solo le prime tre figure, anche se era consapevole dell'esistenza dell'ultima, la quale venne aggiunta e studiata solo nella logica medievale.

Come si vede il termine medio è nella prima figura soggetto della premessa maggiore e predicato in quella minore; nella seconda figura il medio è predicato sia nella premessa maggiore che in quella minore; nella terza figura è soggetto in entrambe le premesse e infine nella quarta figura è predicato nella premessa maggiore e soggetto in quella mi-

nore. Si noti inoltre che il soggetto della conclusione è presente sempre nella premessa minore ed il predicato sempre nella premessa maggiore.

	Prima figura	Seconda figura	Terza figura	Quarta figura
Premesse	M P	P M	M P	P M
	S M	S M	M S	M S
Conclusione	S P	S P	S P	S P

Tabella V - Le figure possibili dei sillogismi. Esse vengono differenziate in base al posto occupato dal termine medio (M) nelle due premesse; S = soggetto (termine minore) e P = predicato (termine maggiore). Solo le prime tre figure sono chiaramente aristoteliche.

Aristotele considera i sillogismi della prima figura come aventi uno status privilegiato rispetto a quelli delle altre, e per questo motivo li chiama sillogismi ‘perfetti’. Ecco il brano in cui viene spiegata la motivazione di tale attribuzione:

“Fra tutte le figure, inoltre, la più scientifica è la prima. È attraverso di essa, infatti, che tutte le scienze matematiche conducono le loro dimostrazioni; tale è il caso dell’aritmetica, della geometria, dell’ottica, e si può quasi dire che lo stesso avvenga per tutte le scienze che indagano il perché. In effetti, il sillogismo che mostra il perché qualcosa sia si sviluppa attraverso questa figura, o sempre, o in prevalenza, nella massima parte dei casi. Anche per questa ragione, dunque, tale figura risulterà la più scientifica di tutte: il considerare il perché costituisce infatti la più peculiare tra le determinazioni del sapere. In seguito, bisogna tener presente che solo attraverso questa figura si può tentare di raggiungere la conoscenza dell’essenza. Nella figura intermedia, in realtà, il sillogismo affermativo non si sviluppa, mentre la scienza che stabilisce l’essenza deve appunto provare delle affermazioni; nell’ultima figura, poi, il sillogismo affermativo si sviluppa, ma non in forma universale, mentre l’essenza fa parte delle determinazioni universali: non è infatti in un senso limitato che l’uomo è animale bipede. Oltre a ciò, la prima figura non ha affatto bisogno delle altre; nella seconda e nella terza figura, per contro, le lacune della dimostrazione sono riempite mediante la prima figura, e la prova può così potenziarsi, sino a raggiungere le premesse immediate. Risulta dunque evidente che la prima figura è fra tutte la più appropriata per raggiungere il sapere”.

(Aristotele, *Analit. post.*, I, 14)

Per sillogismo perfetto egli intende dunque quel sillogismo la cui conclusione segue immediatamente dalla premesse, in quanto risulta evidente la transitività della connessione dei termini.

Modi del sillogismo. Ovviamente le proposizioni che possono far parte delle premesse e della conclusione possono avere quantità e qualità diverse. Considerando che abbiamo quattro tipi possibili di proposizioni (A, E, I, O), per un semplice calcolo combinatorio risultano $4^3 = 64$ combinazioni per ogni figura (in cui il 4 indica i tipi di proposizione

possibili e l'esponente 3 si riferisce al numero delle proposizioni che entrano a far parte del sillogismo). Essendo le figure quattro, avremo $64 \times 4 = 256$ possibili combinazioni: sono questi tutti i possibili *modi* del sillogismo. Diamo a titolo di esempio, nella tabella VI, il quadro di tutti i possibili modi della prima figura.

Sebbene in teoria si abbia un numero così grande di modi, in realtà Aristotele dimostra che quelli validi (cioè tali da non potere portare a conclusioni false partendo da premesse vere) sono solo 14. Di questi 4 appartengono alla prima figura, 4 alla seconda, 6 alla terza (i logici medievali poi completarono il quadro aggiungendo i 5 modi validi della quarta figura, portandone il numero a 19).

	Modi (vanno letti in verticale, per colonna)			
Prem. magg.	A A A A	A A A A	A A A A	A A A A
Prem. minore	A A A A	E E E E	I I I I	O O O O
Conclusione	A E I O	A E I O	A E I O	A E I O
Prem. magg.	E E E E	E E E E	E E E E	E E E E
Prem. minore	A A A A	E E E E	I I I I	O O O O
Conclusione	A E I O	A E I O	A E I O	A E I O
Prem. magg.	I I I I	I I I I	I I I I	I I I I
Prem. minore	A A A A	E E E E	I I I I	O O O O
Conclusione	A E I O	A E I O	A E I O	A E I O
Prem. magg.	O O O O	O O O O	O O O O	O O O O
Prem. minore	A A A A	E E E E	I I I I	O O O O
Conclusione	A E I O	A E I O	A E I O	A E I O

Tabella VI - Tutti i modi della prima figura. Le lettere indicano i diversi tipi di proposizione per quantità e qualità: **A** = proposizione universale affermativa; **E** = proposizione universale negativa; **I** = proposizione particolare affermativa; **O** = proposizione particolare negativa.

Ciascuno di questi quattro modi ha in seguito, nel periodo medievale (con Pietro Hispano), ricevuto un nome che ne facilita le memorizzazione in quanto contiene le lettere che ne indicano qualità e quantità ed altre utili informazioni. Nella tabella VII sono rappresentati tutti i modi validi del sillogismo coi loro nomi medievali. Aristotele, come sappiamo, non prese in considerazione esplicitamente la quarta figura e quindi non elaborò i modi ad essa appartenenti; ne enunciò esplicitamente solo due, il **FRESISON** e il **FESAPO**, mentre accennò solo agli altri tre.

I nomi ed anche alcune delle consonanti in essi contenute hanno un preciso significato. Si noterà che le iniziali di ciascun nome sono le prime quattro consonanti dell'alfabeto latino: **B, C, D, F**. Con ciò si vuole indicare che i modi della seconda, terza e quarta figura sono riducibili a quelli della prima figura che iniziano con la stessa consonante: **CESARE** e **CAMESTRES** sono riducibili a **CELARENT**; **FESTINO** a **FERIO**; **BAROCO** a **BARBARA** e così via per i rimanenti. Altre lettere significative sono **S, P, M, C**, che indicano le operazioni grazie alle quali è possibile trasformare il modo considerato nel corrispettivo modo (indicato dalla prima consonante) della prima figura. Le rimanenti consonanti hanno solo una funzione eufonica e possono essere trascurate.

Prima figura	Seconda figura	Terza figura	Quarta figura
BARBARA CELARENT DARII FERIO	CESARE CAMESTRES FESTINO BAROCO	DARAPTI FELAPTON DISAMIS DATISI BOCARDO FERISON	BRAMANTIP CAMENES DIMARIS FESAPO FRESISON
<p>Tabella VII - I modi validi del sillogismo. Le vocali in grassetto indicano il tipo di proposizione che è propria dei singoli modi, per cui A = proposizione universale affermativa; E = proposizione universale negativa; I = proposizione particolare affermativa; O = proposizione particolare negativa.</p>			

- **Modi diretti e indiretti.** Teofrasto, immediato successore di Aristotele al Liceo, accanto ai modi diretti, che sono quelli descritti nella tabella precedente, introdusse come sillogismi validi quelli della prima figura espressi in *modo indiretto*. La differenza concerne la disposizione delle premesse. Se infatti si osserva la prima figura (tab. V) si vede che il soggetto della premessa minore è il soggetto della conclusione e che il predicato della premessa maggiore è il predicato della conclusione. Questa è una caratteristica generale dei modi diretti: il predicato della conclusione è sempre contenuto nella premessa maggiore ed il soggetto nella premessa minore (si osservi la tab. V). Se ora invertiamo nella prima figura le due premesse avremo:

$$\begin{array}{c}
 \text{S } \text{M} \\
 \text{M } \text{P} \\
 \hline
 \text{S } \text{P}
 \end{array}$$

Cioè il predicato della conclusione è contenuto nella premessa minore, mentre il soggetto è contenuto nella premessa maggiore. Questa figura non corrisponde a nessuna delle quattro già a noi note (sebbene per la posizione del termine medio possa essere assimilata alla quarta figura), ma deriva dall'inversione delle due premesse nella prima figura. Teofrasto, seguito poi dalla tradizione logica medievale, ha individuato 5 modi indiretti validi della prima figura, che sono (con le consuete convenzioni già esposte): **BARALIPTON**, **CELANTES**, **DABITIS**, **FAPESMO**, **FRISESOMORUM** (si ricordi che vengono prese in considera-

zione solo le prime tre sillabe).

Conversione dei sillogismi. L'aver considerato i sillogismi appartenenti alla prima figura come i soli perfetti, ha fatto nascere in Aristotele il problema della riconduzione o 'riduzione' di quelli appartenenti alla seconda e terza figura ad essi. In tal modo egli pensa di rendere più evidente la conclusione, allo stesso modo di come lo è nella prima figura.

- Per effettuare la conversione dei sillogismi si utilizzano le regole di conversione già esposte (conversione semplice, *per accidens*, per contrapposizione e per obversione; le prime due utilizzate da Aristotele, le altre dai medievali); inoltre le consonanti **S**, **P**, **M**, **C** indicano il tipo di conversione che deve essere effettuata e a quale proposizione deve essere applicata. Esse hanno i seguenti significati:
 - S** – Indica che alla proposizione rappresentata dalla vocale che la precede deve essere applicata la regola di conversione semplice. Ad esempio, in **CESARE**, la lettera **S** che viene dopo la **E** indica che a tale proposizione **E** deve essere applicata la conversione semplice.
 - P** – Indica che alla proposizione rappresentata dalla vocale che la precede deve essere applicata la regola di conversione *per accidens*. Ad esempio, in **DARAPTI**, la lettera **P** che viene dopo la seconda **A**, indica che a questa proposizione deve essere applicata la conversione *per accidens*.
 - M** – Indica che le due premesse del sillogismo da convertire vanno invertite in modo tale che la premessa maggiore diventi minore e quella minore maggiore.
 - C** – Indica che non è possibile la conversione diretta della proposizione indicata dalla vocale che la precede ed il sillogismo può essere convertito col metodo indiretto, cosiddetto *per assurdo*. Questo consiste nel supporre ('per assurdo') che il sillogismo non sia valido, ovvero che possa essere la conclusione falsa quando le due premesse sono vere; quindi mostrare che in tal caso le due premesse risulterebbero tra loro contraddittorie, il che risulta impossibile in quanto le abbiamo già supposte entrambe vere (e sappiamo che due proposizioni contraddittorie non possono essere entrambe vere); se ne conclude che il sillogismo deve essere valido, ovvero la conclusione vera. In pratica la procedura consiste nel dimostrare la validità del sillogismo da convertire mediante la dimostrazione dell'assurdità del corrispondente sillogismo contraddittorio della prima figura (**BARBARA**).

Esempi di conversione di sillogismi. Facciamo alcuni esempi che chiariscono quanto detto. Proponiamoci di convertire **CESARE**. Dalla sua prima lettera **C** sappiamo che può essere convertito nel modo della prima figura **CELARENT**. In **CESARE**, inoltre, la lettera **S** dopo la **E** ci indica che bisogna applicare alla proposizione **E** (sua premessa maggiore) la conversione semplice, che consiste nello scambio del soggetto col predicato. Non essendovi altre indicazioni (la lettera **R** ha infatti funzione solo eufonica), significa che premessa minore e conclusione rimangono invariate. Così abbiamo:

Sillogismo CESARE , da convertire	Sillogismo CELARENT , ottenuto per conversione
E - Nessun essere vivente è eterno	E - nessun eterno è un essere vi -

<p>A – tutti i minerali sono eterni</p> <p><i>quindi</i></p> <p>E – nessun minerale è un essere vivente</p>	<p>vente</p> <p>A – tutti i minerali sono eterni</p> <p><i>quindi</i></p> <p>E – nessun minerale è un essere vivente</p>
<p>Tabella VIII – Esempio di conversione <i>simplex</i>. Si converte il sillogismo CESARE, della seconda figura, nel sillogismo CELARENT, della prima figura, applicando la regola della conversione semplice alla premessa maggiore.</p>	

Analogamente per convertire **FELAPTON** (3^a figura) in **FERIO** bisogna applicare la regola di conversione *per accidens* alla sua premessa minore (la **A** è infatti seguita dalla **P**):

Sillogismo FELAPTON , da convertire	Sillogismo FERIO , ottenuto per conversione
<p>E - nessun albero è mobile</p> <p>A – tutti gli alberi sono vegetali</p> <p><i>quindi</i></p> <p>O – qualche vegetale non è mobile</p>	<p>E - nessun albero è mobile</p> <p>I – alcuni vegetali sono alberi</p> <p><i>quindi</i></p> <p>O – qualche vegetale non è mobile</p>
<p>Tabella IX – Conversione <i>per accidens</i>. Si converte il sillogismo FELAPTON, della terza figura, nel sillogismo FERIO, della prima figura, applicando la regola della conversione <i>per accidens</i> alla premessa minore.</p>	

In una conversione possono essere applicate più regole: è il caso della conversione da **DISAMIS** (3^a figura) a **DARII**. Infatti vediamo che dopo la prima **I** v'è una **S** che indica una conversione semplice; e dopo la **A** v'è una **M**, che indica l'inversione delle premesse. Avremo così:

Sillogismo DISAMIS , da convertire	Sillogismo DARII , ottenuto per conversione
<p>I – alcune piante sono ornamentali</p> <p>A – tutte le piante sono vegetali</p> <p><i>quindi</i></p> <p>I – alcuni vegetali sono ornamentali</p>	<p>A – tutte le piante sono vegetali</p> <p>I – alcuni ornamentali sono piante</p> <p><i>quindi</i></p> <p>I – alcuni ornamentali sono vegetali</p>

Tabella X – Conversione multipla. Si converte il sillogismo DISAMIS, della terza figura, nel sillogismo DARII, della prima figura. Viene prima applicata la regola della conversione semplice alla premessa maggiore e quindi la si scambia con la premessa minore. Si noti che il termine ‘ornamentale’, che è il termine maggiore nel primo sillogismo, diventa in quello ottenuto per conversione termine minore; lo stesso accade al termine minore.

Infine facciamo un esempio di applicazione del modo di conversione detto ‘per assurdo’ o anche ‘indiretto’; in questo caso, per provare che la conclusione del sillogismo segue necessariamente dalle premesse si suppone che essa sia falsa e pertanto la si rimpiazza con la sua contraddittoria; quindi si mostra che questa proposizione contraddittoria, unita a una delle premesse costringe, in base ad uno dei modi perfetti, a rigettare l’altra premessa; pertanto se si vuole conservare questa premessa bisogna conservare anche la conclusione iniziale, che pertanto viene dimostrata come vera. Tale procedura si applica solo ai modi BAROCO (2^a figura) e BOCARDO (3^a figura) che vengono convertiti in BARBARA. La lettera C indica che la proposizione indicata dalla vocale che la precede (in BAROCO, la premessa minore; in BOCARDO, la premessa maggiore) deve essere sostituita dalla corrispondente proposizione contraddittoria della conclusione (per cui le O vengono sostituite con delle A). La conclusione che scaturirà da tali operazioni sarà, a sua volta, la corrispondente proposizione contraddittoria della premessa che si era sostituita. Avremo così:

Sillogismo BAROCO, da convertire	Sillogismo BARBARA, ottenuto per conversione
A – tutti i felini sono mammiferi	A – tutti i felini sono mammiferi
O – qualche animale non è mammifero	A – tutti gli animali sono felini
<i>quindi</i>	<i>quindi</i>
O – qualche animale non è un felino	A – tutti gli animali sono mammiferi

Tabella XI – Conversione ‘per assurdo’. Si converte il sillogismo BAROCO, della 2^a figura, nel sillogismo BARBARA, della 1^a figura. Viene sostituita in BAROCO la premessa minore (O - “qualche animale non è mammifero”) con la proposizione contraddittoria della conclusione (A - “tutti gli animali sono felini” sostituisce O - “qualche animale non è un felino”) e si ottiene in tal modo una conclusione (A - “tutti gli animali sono mammiferi”) che è la contraddittoria della premessa minore di BAROCO, che era stata prima sostituita. Se pertanto si vuole mantenere quest’ultima (O - “qualche animale non è mammifero”) bisogna rigettare il cambiamento effettuato e quindi ritornare alla contraddittoria di “tutti gli animali sono felini”, ovvero alla conclusione iniziale “qualche animale non è un felino”, che così viene dimostrata essere vera.

La conversione dei sillogismi, che abbiamo illustrato con alcuni esempi, costituisce per Aristotele la via principale per dimostrare la validità di un certo sillogismo, in base alla sua riconducibilità ad uno dei modi ritenuti validi delle quattro figure. Ciò mette in luce, ancora una volta il carattere formale della argomentazione sillogistica. Infatti, perché un sillo-

gismo sia valido non ha importanza quale sia il contenuto o il significato dei termini in esso presenti, ma solo che esso presenti certi requisiti formali, riassunti nei modi e nelle figure. Pertanto basta ad esempio che un sillogismo abbia la forma **DARII** ed esso sarà comunque valido, di qualunque cosa parli ed indipendentemente dalla verità o falsità della conclusione.

- Per illustrare questo punto facciamo un esempio. Si consideri il seguente sillogismo:

Tutti gli abitanti di Catania (**P**) sono siciliani (**M**)
 Alcuni uomini con capelli biondi (**S**) sono siciliani (**M**)

Quindi, alcuni uomini con i capelli biondi (**S**) sono abitanti di Catania (**P**)

Il sillogismo è della seconda figura, ma non corrisponde a nessuno dei modi validi in essa contemplati (è infatti un **AII**); esso è pertanto non valido, nonostante la conclusione sia vera. La non validità di questo sillogismo può essere messa in evidenza costruendo un sillogismo esattamente della stessa forma, le cui conclusioni sono però chiaramente false, pur essendo le premesse vere come in quello già esaminato. Si consideri questo sillogismo:

Tutti i conigli (**P**) sono corridori molto veloci (**M**)
 Alcuni cavalli (**S**) sono corridori molto veloci (**M**)

Quindi, alcuni cavalli (**S**) sono conigli (**P**)

Quest'ultimo sillogismo, pur essendo identico nella forma al precedente, tuttavia porta ad una conclusione chiaramente falsa pur partendo da premesse vere; esso è pertanto non valido (ricordiamo che un sillogismo è valido quando, se le premesse sono vere, le conclusioni sono anche vere); sarà pertanto anche non valido il primo sillogismo, avente la sua stessa forma.

- **Le regole per corretta effettuazione dei sillogismi.** Al solito i logici medievali, per rendere più semplice la individuazione delle inferenze sillogistiche corrette, introdussero delle regole facilmente applicabili, la cui violazione fa incorrere in errori, classificabili in sei tipi:

1. *Quaternio terminorum* o fallacia dei quattro termini. Si incorre in essa quando un sillogismo non contiene esattamente tre termini, ma quattro. Ovviamente i quattro termini non sono individuati da parole diverse, ma dal fatto che uno stesso termine assume due significati diversi nel corso del sillogismo. Un esempio lampante di ciò è fornito dal seguente sillogismo:

Gli Alisei sono venti
 venti è un numero

gli Alisei sono un numero

dove è evidente che il termine medio 'venti' ha un significato diverso nelle due premesse. Spesso, però, lo slittamento semantico - che in genere riguarda il termine medio - è molto più sottile e difficile da individuare.

2. *Fallacia del medio non distribuito.* Il concetto di distribuzione dei termini viene introdotta nella metà del XII secolo nell'ambito della teoria delle *proprietas terminorum* (vedi appresso). Anticipando per comodità quanto diremo in

seguito, un termine vien detto ‘distribuito’ (o che una proposizione ‘distribuisce’ il soggetto o il predicato) quando esso si riferisce a tutti i membri della classe da esso denotata. Così, ad esempio, nella proposizione “tutti gli italiani sono patriottici”, il termine ‘italiani’ è distribuito in quanto ci si riferisce a tutti i membri della classe degli italiani. Ma il termine ‘patriottici’ non è distribuito, in quanto non ci si riferisce alla classe di tutte le persone patriottiche (ci sono più persone patriottiche di quanti siano gli italiani). Nella proposizione “alcuni italiani sono patriottici”, il termine ‘italiani’ non è distribuito perché esso si riferisce solo a una parte della classe degli italiani. La situazione è espressa nella tabella riportata in seguito. La fallacia qui presentata consiste nel non distribuire il termine medio in almeno una delle due premesse, come ad es. accade nel seguente sillogismo:

Tutti i siciliani sono patriottici
Tutti gli italiani sono patriottici

Tutti gli italiani sono siciliani

nel quale il termine ‘patriottici’ non è distribuito in nessuna delle due premesse.

3. *Fallacia del maggiore o minore illecito.* Si incorre in essa quando il termine maggiore (minore) è non distribuito nella premessa maggiore (minore) ed invece è distribuito nella conclusione. Ad es.:

Tutti i cani sono mammiferi (A)
Nessun gatto è un cane (E)

Nessun gatto è un mammifero (E)

dove il termine ‘mammifero’ è non distribuito nella premessa maggiore ma è distribuito nella conclusione.

4. *Fallacia delle premesse esclusive.* Questa fallacia è causata dall’ammettere come premesse di un sillogismo due proposizioni negative (E ed O), come nel caso seguente:

Alcuni siciliani non sono mafiosi (O)
Tutti i mafiosi non sono italiani (E)

Tutti gli italiani non sono siciliani (E)

Per cui da due premesse negative non si può trarre alcuna conclusione.

5. *Fallacia del trarre una conseguenza affermativa da una premessa negativa.* Ovvero, la fallacia viene commessa quando si trae una conclusione affermativa in un sillogismo che abbia almeno una premessa negativa. Quindi se una premessa è negativa, la conclusione deve pure essere negativa. Ad es.,:

Alcuni siciliani sono mafiosi (I)
Tutti i mafiosi non sono italiani (E)

Tutti gli italiani sono siciliani (A)

6. *Fallacia del trarre una conseguenza particolare da premesse universali.*

Cioè, se le due premesse sono entrambe universali, allora la conclusione deve anche essere universale. Non possiamo avere pertanto un sillogismo valido del tipo:

Tutti gli uomini sono mortali
Tutti i greci sono uomini

Alcuni greci sono mortali

Interpretazione insiemistica dei sillogismi. Possiamo però tentare un'altra strada per valutare la correttezza o meno dei sillogismi, facendo uso dei concetti della moderna teoria degli insiemi. Infatti, come abbiamo prima detto introducendo la distinzione tra 'intensione' ed 'estensione', possiamo intendere i termini che fanno parte dei sillogismi come insiemi (o classi): 'uomini' indica l'insieme degli uomini, 'mortale' indica l'insieme dei mortali. Com'è noto, le relazioni tra insiemi sono rappresentabili mediante i diagrammi di Eulero e quelli di Venn, dei quali faremo uso per fornire una esemplificazione grafica dei vari modi sillogistici.

- **Terminologia insiemistica.** Forniamo innanzi tutto alcune elementari nozioni di teoria degli insiemi, che ci aiuteranno a tradurre nei suoi termini i modi sillogistici di Aristotele.

Col termine 'insieme' si intende una qualsiasi collezione di oggetti comunque intesi. Suoi sinonimi sono i termini di *classe*, *totalità*, *famiglia*, *aggregato*, *raccolta*, ecc. Ad es., le vocali dell'alfabeto italiano **a, e, i, o, u**, costituiscono un insieme; i libri di una determinata biblioteca costituiscono un insieme; tutti i fiumi d'Italia costituiscono un insieme; i numeri 2, 4, 6, 8... costituiscono un insieme. E così via.

Gli insiemi di solito si indicano con lettere maiuscole, **A, B, C**, e gli oggetti ad essi appartenenti con lettere minuscole: **a, b, c**. Per indicare che un certo oggetto appartiene ad un dato insieme si usa il simbolo \in . Viceversa per indicare che un **elemento** non appartiene al dato insieme si usa il simbolo \notin . Un oggetto **a** appartenente ad un insieme **A**, cioè $a \in A$, è detto membro o elemento di **A**.

Diciamo che **A** è **sottoinsieme proprio** di **B**, scrivendo $A \subset B$, se ogni elemento di **A** è anche elemento di **B** ed è $A \neq B$. Talvolta, invece di dire che **A** è un sottoinsieme proprio di **B** si dice che **A** è incluso in **B**. Se $C = \{1,3,5\}$ e $D = \{1,2,3,4,5\}$, allora $C \subset D$ in quanto tutti gli elementi appartenenti a **C** appartengono anche all'insieme **D** ed inoltre **C** e **D** sono insiemi diversi (**D** contiene elementi 'in più' rispetto a **C**). Si dice semplicemente che **A** è sottoinsieme di **B** quando invece può essere che sia $A = B$; in questo caso si usa un simbolo diverso e si scrive $A \subseteq B$; se $A = \{1,3,5\}$ e $B = \{3,5,1\}$, è sempre $A \subseteq B$; ma si può anche dire che è $B \subseteq A$, onde ne segue che $A = B$. Pertanto il sottoinsieme proprio è più restrittivo del sottoinsieme: un sottoinsieme proprio è sempre anche un sottoinsieme, ma non è vero il viceversa (il sottoinsieme può non essere proprio). Pertanto, quando si utilizza la nozione di sottoinsieme si deve far attenzione a quale dei due concetti ci si sta riferendo. In generale, nella teoria degli insiemi vien fatto uso del concetto del sottoinsieme in generale, salvo a specificare esplicitamente quando si fa riferimento a quello proprio (tant'è che si utilizza il simbolo ' \subset ' tout court per indicare il sottoinsieme). Anche noi nel parlare di sottoinsiemi, assumeremo la

sua accezione generale, però faremo uso del simbolo corretto '⊆'. Tale differenza ha una notevole importanza nella trattazione della sillogistica aristotelica.

L'**unione** di due insiemi **A** e **B** è l'insieme formato da tutti gli elementi che appartengono ad **A** oppure a **B**. Si scrive $A \cup B$. Se $A = \{a, b, c\}$ e $B = \{2, 4, 9\}$, allora $A \cup B = \{a, b, c, 2, 4, 9\}$.

L'**intersezione** di due insiemi **A** e **B** è costituita da quell'insieme i cui elementi appartengono sia ad **A** che a **B**; si scrive $A \cap B$. Se $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{3, 4, 5\}$, allora $A \cap B = \{3\}$, giacché $3 \in A$ e $3 \in B$, cioè l'elemento 3 è comune sia ad **A** che a **B**. E' indifferente scrivere $A \cap B$ oppure $B \cap A$ (cioè l'operazione è commutativa). Pertanto quando si vuole dire che tra due elementi vi sono alcuni (o almeno uno) elementi in comune, allora si dice che tra i due insieme v'è intersezione.

Indichiamo col termine **universo**, **U**, quell'insieme al quale appartengono gli elementi che costituiscono l'oggetto del nostro esame o della nostra indagine. Così, ad esempio, nella geometria piana le figure delle quali studiamo le proprietà appartengono all'universo formato da tutti i punti del piano del quale esse sono sottoinsiemi. In generale è utile assumere sempre un universo del quale sono sottoinsiemi gli insiemi oggetto delle nostre considerazioni. Tale insieme sarà, allora, il nostro *universo di discorso*.

Il **complemento** di un insieme **A** è l'insieme formato da tutti quegli elementi che non appartengono ad **A**. Lo indichiamo con A' (lo si potrebbe indicare anche diversamente, ad es. con una barra sulla **A**, oppure negando **A** facendo uso dell'apposito simbolo logico: $\neg A$). Ciò significa che $U - A = A'$ (cioè sottraendo all'universo **U** gli elementi di **A**, otteniamo il complemento di **A**, ovvero l'insieme formato da tutti gli elementi che non appartengono ad **A**).

Alcune **proprietà** notevoli, ma intuitivamente evidenti, degli insiemi sono:

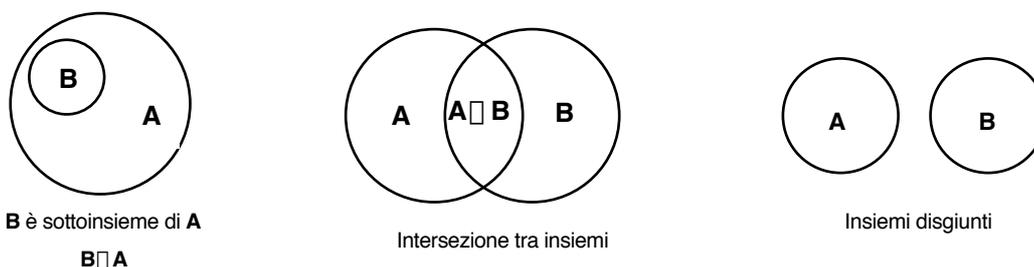
- riflessività: $A \cap A$
- transitività: se $(A \cap B)$ e $(B \cap C)$ allora $(A \cap C)$

Nel tradurre alcuni modi sillogistici nella terminologia del calcolo degli insiemi, coi corrispettivi diagrammi di Eulero-Venn, che rendono graficamente l'appartenenza di un insieme ad un altro, bisogna tener conto che il modo in cui Aristotele esprime le singole proposizioni (e le lettere usate) non è costante: a volte egli usa l'espressione "**A** si predica di ogni **B**", altre volte "**A** appartiene a ogni **B**", altre ancora "a tutti i **B** inerisce **A**", tra loro equivalenti. Tale oscillazione, come abbiamo prima detto, dipende dal fatto che egli interpreta ora intensivamente ora estensivamente le relazioni tra i termini che entrano a far parte della proposizione. Ne consegue che tali espressioni spesso non corrispondono esattamente alle proposizioni nella formulazione che abbiamo visto presentata nel quadrato delle opposizioni (la cui terminologia, tra l'altro, risale a Boezio). Possiamo stabilire, per facilitare la lettura di Aristotele, la tabella XII di equivalenze, indicando anche la corrispondente trascrizione nel linguaggio della teoria degli insiemi.

Espressioni di Aristotele	Corrispondenza col quadrato delle opposizioni	Equivalente insiemistico
A si predica di ogni B A appartiene a ogni B A tutti i B inerisce A	A - Tutti i B sono A	$B \subseteq A$
A non si predica di nessun B A non appartiene a nessun B A non inerisce a nessun B	E - Nessun B è A	$B \subseteq A'$
A si predica di nessun B A appartiene a nessun B B non inerisce a nessun A	E - Nessun A è B	$A \subseteq B'$
A si predica di qualche B A appartiene a qualche B B inerisce a qualche A	I - Qualche B è A	$\exists (B \cap A')$ $B \cap A$
A non si predica di qualche B A non appartiene a qualche B B non inerisce a tutti gli A	O - Qualche A non è B	$\exists (A \cap B')$ $A \cap B$
A non si predica di ogni B A non appartiene a ogni B A non inerisce a tutti i B	O - Qualche B non è A	$\exists (B \cap A')$ $B \cap A$

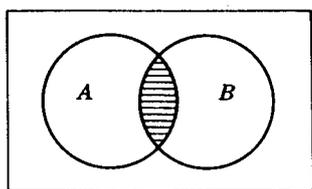
Tabella XII - Modi equivalenti di esprimersi in Aristotele e corrispondenza negli insiemi. Per orientarsi in tali espressioni si sostituisca **A** con 'mortale', **B** con 'uomo'. Per cui "A si predica di ogni B" = "la mortalità di predica di ogni uomo" = "la mortalità appartiene a ogni uomo" = "la mortalità inerisce ad ogni uomo" = "Tutti gli uomini sono mortali". Si noti come la trascrizione nel linguaggio insiemistico faccia immediatamente risaltare la sostanziale equivalenza di certi tipi di predicazione, al di là della loro diversità nell'espressione linguistica. Ad esempio, "qualche B è A" (I) e "qualche B non è A" (O) hanno insiemisticamente lo stesso significato: l'intersezione tra A e B. Questo è anche il motivo per cui possono essere entrambe vere o l'una falsa e l'altra vera, ma non entrambe false.

Rappresentazione grafica delle relazioni tra insiemi. Come abbiamo detto, si possono utilizzare i cerchi di Eulero per indicare il rapporto tra due insiemi. Abbiamo così, ad esempio:

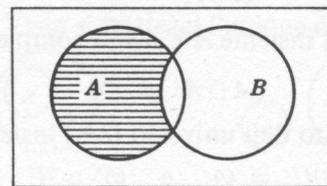


Tuttavia nel rappresentare mediante i cerchi di Eulero le proposizioni aristoteliche e quindi i sillogismi è necessario fare attenzione ad alcune circostanze. Innanzi tutto domandiamoci come possiamo rappresentare la proposizione "qualche uomo è mortale" (I). E' naturale pensare che essa sia rappresentabile mediante una intersezione tra l'insieme **A** degli uomini e quello **B** dei mortali. E come rappresentare "Qualche uomo

non è mortale”? Sempre mediante l’intersezione? Ma non andrebbe così persa la distinzione tra le due proposizioni? Si può ovviare a questo problema introducendo l’ombreggiatura dei cerchi:

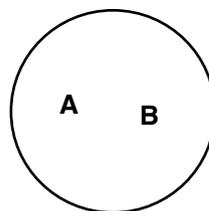
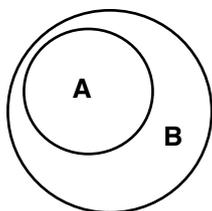


La parte grigia indica gli uomini che sono mortali

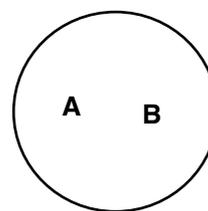
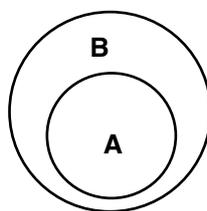
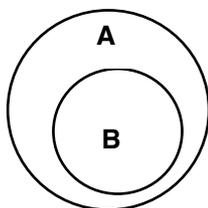
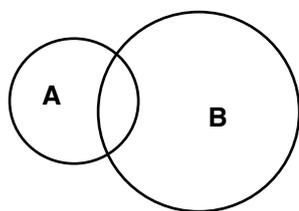


La parte grigia indica gli uomini che non sono mortali

Inoltre è necessario rilevare le differenze che esistono tra il significato aristotelico di ‘alcuni’ e ‘tutti’ ed il modo in cui vengono intesi nell’insiemistica contemporanea. Come avevamo già spiegato prima, nella proposizione “tutti i greci sono uomini” per Aristotele il predicato è più esteso del soggetto; ciò significa che l’insieme dei greci è un sottoinsieme proprio di quello degli uomini, ovvero che esso non esaurisce quello degli uomini. Invece nella teoria degli insiemi è possibile rappresentare tale proposizione in due modi diversi (**A** = ‘greci’; **B** = ‘uomini’):



Ovvero l’insieme dei greci può coincidere con quello degli uomini; per Aristotele solo la prima figura sarebbe corretta. Analogamente, la proposizione “qualche avvocato è calciatore” può essere insiemisticamente resa dai seguenti grafici (**A** = avvocato; **B** = calciatore):



Tra queste quattro rappresentazione, per Aristotele la sola corretta è la prima. Infatti, in logica contemporanea ‘alcuni’ significa ‘almeno uno’ e quindi nulla esclude che tutti gli avvocati siano calciatori e quindi che l’insieme degli avvocati coincida con quello dei calciatori (quarto diagramma), sia sottoinsieme proprio (terzo diagramma) o addirittura sia

anche un insieme più grande (secondo diagramma). Quando la proposizione particolare viene ad essere negativa (“alcuni avvocati non sono calciatori”), si esclude dei diagrammi precedenti solo il terzo (in quanto per esso *tutti* gli avvocati sono calciatori).

Fatte queste precisazioni, possiamo fornire ora di seguito alcuni grafici in cui rendiamo il sillogismo aristotelico nella teoria del linguaggio degli insiemi, *assumendo però che i grafici vengono interpretati nel modo che Aristotele riterrebbe corretto*. Abbiamo però sostituito le lettere impiegate da Aristotele con quelle prima da noi introdotte, per cui **A=P**, **B=M** e **C=S**.

BARBARA		
<p>P si predica di ogni M</p> <p>M si predica di ogni S</p> <p><i>quindi</i></p> <p>P si predica di ogni S</p>	<p>$M \sqsubset P$</p> <p>$S \sqsubset M$</p> <p><i>quindi</i></p> <p>$S \sqsubset P$</p>	
<p>Figura 4 - Esempio insiemistico del sillogismo BARBARA. La definizione di Aristotele è la seguente: “se A si predica di ogni B, e se B si predica di ogni C, è necessario che A venga predicato di ogni C” (con A=P, B=M, C=S).</p>		

CELARENT		
<p>P non si predica di nessun M</p> <p>M si predica di ogni S</p> <p><i>quindi</i></p> <p>P non si predica di nessun S</p>	<p>$M \sqsubset P'$</p> <p>$S \sqsubset M$</p> <p><i>quindi</i></p> <p>$S \sqsubset P'$</p>	
<p>Figura 5 - Esempio insiemistico del sillogismo CELARENT. La definizione di Aristotele è: “se A non si predica di nessun B, e se B si predica di ogni C, A non apparterrà a nessun C” (con A=P, B=M, C=S).</p>		

CESARE		
M si predichi di nessun P	$P \sqsubset M'$	
M si predichi di ogni S	$S \sqsubset M$	
<i>quindi</i>	<i>quindi</i>	
P apparterrà a nessun S	$S \sqsubset P'$	

Figura 7 - Esempio insiemistico del sillogismo CESARE. La definizione di Aristotele è la seguente: "In effetti, M si predichi di nessun N e di ogni X. In tal caso, poiché la premessa negativa si converte, N apparterrà a nessun M. Ma si era supposto che M appartenga a ogni X; di conseguenza, N apparterrà a nessun X" (con $N=P$, $M=M$, $X=S$).

DARII		
ogni M è P	$M \subset P$	
qualche S è M	$\text{non}(S \subset M')$	
<i>quindi</i>	<i>quindi</i>	
qualche S è P	$\text{non}(S \subset P')$	

Figura 6 - Esempio insiemistico del sillogismo DARII. La definizione di Aristotele è la seguente: "Supponiamo infatti che A appartenga a ogni B, e che B appartenga a qualche C. In tal caso, se il venir predicato di ogni oggetto consiste in ciò che si è detto da principio, è necessario che A appartenga a qualche C" (con $A=P$, $B=M$, $C=S$).

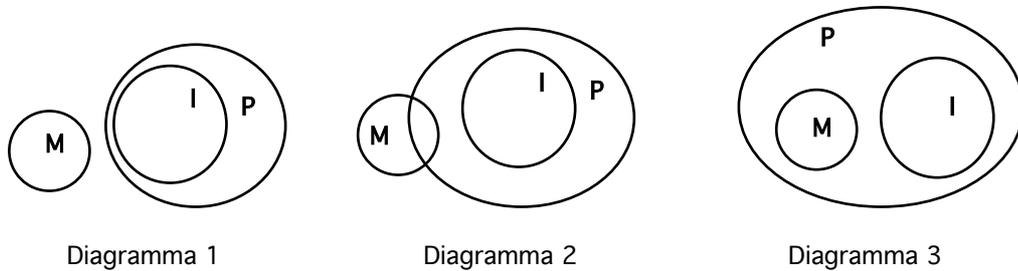
- Problemi con la negazione.** Nella resa di un sillogismo con i diagrammi di Eulero bisogna in particolare fare attenzione quando vi sono delle premesse negative. In questo caso è importante determinare esattamente l'ambito di estensione della negazione, in modo da individuare tutte le possibili relazioni tra i tre insiemi che entrano a far parte del sillogismo. Per comprendere ciò facciamo qualche esempio. Consideriamo la seguente premessa:

(a) "Tutti gli inventori sono professori"

Essa è resa esattamente disegnando l'insieme degli inventori **I** come sottoinsieme di quello dei professori **P**, che si esprime col diagramma a già visto prima. La seconda premessa sia ora:

(b) "Nessun musicista è inventore"

Come deve essere disegnato il relativo insieme formato dai musicisti rispetto ai due precedenti? La premessa (b) dice semplicemente che l'insieme dei musicisti **M** è disgiunto rispetto a quello degli inventori **I**, ma nulla ci dice delle relazioni che sussistono tra l'insieme dei musicisti e quello dei professori. Ciò può dar luogo a tre differenti diagrammi:



Tutti e tre i diagrammi sono compatibili con la premessa (b), quindi sarebbe possibile trarre indifferentemente diverse conclusioni:

- (c₁) “Nessun musicista è professore” (o anche, “tutti i musicisti non sono professori”)
- (c₂) “Nessun professore è musicista” (o anche, “tutti i professori non sono musicisti”)
- (c₃) “Qualche musicista è professore”
- (c₄) “Qualche professore è musicista”
- (c₅) “Tutti i musicisti sono professori”
- (c₆) “Tutti i professori sono musicisti”
- (c₇) “Alcuni professori non sono musicisti”
- (c₈) “Alcuni musicisti non sono professori”

Le (c₁) e (c₂) sono tra loro equivalenti, in quanto sono l'una la conversa dell'altra; lo stesso dicasi per le (c₃)-(c₄) sicché restano in ballo solo sei possibili conclusioni. Quale tra queste sarà quella corretta?

Stando alla concezione di Aristotele, nessuna conclusione valida può essere tratta dalle due premesse date (si veda l'esemplificazione data in fig. 8), in quanto la forma di tale sillogismo non appartiene a quelle da lui ritenute come valide. La motivazione di tale opzione sta nella già illustrata diversa interpretazione che dà Aristotele del 'qualche' e che è tipica anche del linguaggio ordinario: si intende il 'qualche' come 'alcuni ma non tutti' (e viceversa). Dire “qualche uomo è sposato” equivale ad affermare che non tutti gli uomini sono sposati.

Ma come abbiamo già detto, il 'qualche' si esprime nel calcolo dei predicati della logica contemporanea col quantificatore esistenziale, 'esiste almeno uno'. Esso afferma solo che deve esserci almeno un elemento che possiede una certa proprietà, ma non esclude che anche tutti la possano possedere. Affermare che “qualche musicista è professore” non esclude il fatto che anche tutti i musicisti possano essere professori; è solo una affermazione meno forte, esprimendo una condizione minimale per la sua verità.

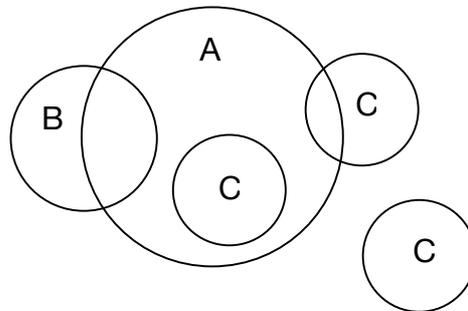
Pertanto la conclusione (c₃) oltre che col diag. 2, è anche compatibile col diagramma 3, ma non col diag. 1. La conclusione (c₁) è compatibile solo col diag. 1, ma non col 2 e col 3. La conclusione (c₅) è compatibile solo col diag. 3, ma non con gli altri. La (c₆) non è compatibile con alcuno dei diagrammi. La (c₈) è compatibile solo con i diag. 1 e 2. Vediamo allora che solo la conclusione (c₇) è compatibile con tutti e tre i diagrammi, in quanto il fatto che “alcuni professori non sono musicisti” esclude solo che tutti i professori siano musicisti (ciò non è

possibile, altrimenti **M** ed **I** non sarebbero più disgiunti), ma è del tutto plausibile (tenendo presente l'accezione di alcuni nel calcolo dei predicati) che “tutti i professori non sono musicisti” (diag. 1) e che alcuni, ma non tutti, i professori siano musicisti (diagg. 2 e 3). Pertanto si sceglie la conclusione che è compatibile con tutte le possibili situazioni che possono essere descritte in base alle premesse date, mentre si escludono quelle che possono essere compatibili solo con una o più, ma non tutte, le situazioni che possono essere descritte mediante altrettanti diagrammi di Eulero.

In generale, quando siamo di fronte ad un sillogismo, dobbiamo stare attenti a descrivere con i diagrammi di Eulero tutte le configurazioni possibili. Quando siamo di fronte ad un sillogismo con le premesse aventi la forma generale:

Alcuni **B** sono **A**
Nessun **C** è **B**

la figura che ne scaturisce sarà così composta:



Come si vede, l'insieme **C** può assumere tre differenti posizioni rispetto all'insieme **A**, in quanto l'unica condizione che impone la seconda premessa è che nessun elemento di **C** appartenga a **B**. Ne segue che l'unica conclusione, compatibile con tale disposizione degli insiemi nel diagramma di Venn, è “Alcuni **A** non sono **C**”. Tutte le altre risultano infatti errate.

Oltre ai modi validi Aristotele discute anche quelli invalidi, senza però tentare di costruire una teoria complessiva codificata in un insieme insieme di regole, come invece poi faranno i medievali. Ecco uno schema invalido di cui parla Aristotele, che presenta (anche se in modo più semplificato) il problema delle proposizioni negative discusso al punto precedente:

SCHEMA SILLOGISTICO NON VALIDO		
P appartiene a ogni M M non appartiene a nessun S <i>quindi</i> P appartiene a ogni S <i>oppure</i> P non appartiene a S	M \square P S \square M' S \square P S \square P'	
<p>Figura 8 – Schema di un tipico sillogismo non valido. La definizione di Aristotele è la seguente: «Se il primo termine [= termine maggiore, P] appartiene a ogni oggetto che può essere indicato dal termine medio [= M], e se il medio non appartiene a nessuno degli oggetti che possono venir indicati dal termine minore [= S], tra gli estremi non sussisterà sillogismo, poiché non risulta nulla di necessario per il fatto che si diano queste premesse». Cioè, dalle due premesse date non segue né la prima conclusione né la seconda. Ad esempio, da “ogni uomo è animale” e “nessun cavallo è uomo” non segue né “ogni cavallo è animale”, né “nessun cavallo è animale” (Aristotele usa le terne animale uomo cavallo e animale uomo pietra).</p>		

Il sillogismo scientifico. Si era già accennato alle caratteristiche del sillogismo scientifico o ‘dimostrativo’: esso è tale quando non adempie solo la correttezza formale dell’inferenza, ma presenta anche delle premesse vere. Nella scienza pertanto ci si deve assicurare non solo della correttezza formale, solo sintattica, dell’argomentazione, ma anche della verità dei suoi punti di partenza. Per capire cosa ciò significa è importante sapere cosa intenda Aristotele per ‘scienza’; leggiamo un suo brano significativo:

“D’altro lato, noi pensiamo di conoscere un singolo oggetto assolutamente - non già in modo sofisticato, cioè accidentale - quando riteniamo di conoscere la causa, in virtù della quale l’oggetto è, sapendo che essa è causa di quell’oggetto, e crediamo che all’oggetto non possa accadere di comportarsi diversamente. E’ dunque chiaro che il sapere è qualcosa di simile. [...] Di conseguenza, è impossibile che l’oggetto di scienza assoluta si comporti diversamente. Orbene, la questione se il sapere possa venir considerato anche in un altro modo, sarà trattata più oltre: ora però chiamiamo sapere il conoscere mediante dimostrazione. Per dimostrazione, d’altra parte, intendo il sillogismo scientifico, e scientifico chiamo poi il sillogismo in virtù del quale, per il fatto di possederlo, noi sappiamo. Se il sapere è dunque tale, quale abbiamo stabilito, sarà pure necessario che la scienza dimostrativa si costituisca sulla base di premesse vere, prime, immediate, più note della conclusione, anteriori ad essa, e che siano cause di essa: a questo modo, infatti, pure i principi risulteranno propri dell’oggetto provato. In realtà, un sillogismo potrà sussistere anche senza tali premesse, ma una dimostrazione non potrebbe sussistere, poiché allora non produrrebbe scienza”.

(Aristotele, *An. post.* A 2, 71 b, 9-25).

Questo brano è importante per due motivi:

- Innanzi tutto è evidente la connessione stabilita tra *verità e causalità*: la scienza è un processo discorsivo che tende a determinare il perché o la causa; e delle quattro cause ammesse da Aristotele (materiale, efficiente, formale e finale), quella più importante è la formale, che coglie l’*essenza*. E’ infatti grazie all’essenza che noi abbiamo nel sillogi-

smo la possibilità di stabilire quel *medio* grazie al quale avviene la connessione tra certe proprietà con un dato soggetto. In tal modo la *sostanza* (o *essenza*) è sia al centro della metafisica, come anche della teoria della scienza, sicché il sillogismo scientifico è strettamente collegato alla concezione metafisica della sostanza di Aristotele.

- In secondo luogo, il brano di Aristotele mette in chiaro che le premesse del sillogismo scientifico devono essere *vere, prime e immediate*, ovvero non devono essere a loro volta il frutto di un'argomentazione, sicché la loro verità e certezza non deve risultare dal ragionamento, pena un regresso all'infinito.

Ma come conosciamo tali premesse? Viene escluso che esse siano conosciute tramite altri sillogismi, ovvero mediante una dimostrazione; bisogna ammettere allora che esse non possono che derivare dalla sensazione: ogni conoscenza, infatti, per Aristotele non può che partire dalla sensazione; ed è mediante l'induzione (*epagogé*) che siamo in grado di passare dal singolare all'universale. Afferma egli:

“Risulta altresì evidente che, se viene a mancare un qualche senso, necessariamente viene pure a mancare una qualche scienza, che sarà impossibile acquisire, dal momento che noi impariamo o per induzione, o mediante dimostrazione. Orbene, la dimostrazione parte da proposizioni universali, mentre l'induzione si fonda su proposizioni particolari; non è possibile tuttavia cogliere le proposizioni universali, se non attraverso l'induzione [...]”

(Aristotele, *An. post.*, I, 18).

L'induzione. Essa è il procedimento che permette di ricavare l'universale dal particolare. Aristotele cerca di interpretarla anche mediante una struttura sillogistica, affermando che “il sillogismo per induzione consiste nel dedurre attraverso un termine che l'altro termine inerisce al medio” e ne fornisce un esempio che ricostruiamo nella tabella XIII:

Modo di esprimersi di Aristotele	Esempio
a tutti i C inerisce A	l'uomo, il cavallo e il bue (M) sono longevi (P)
a tutti i C inerisce B	l'uomo, il cavallo e il bue (M) non hanno la bile (S)
A inerisce a B	I senza bile (S) sono longevi (P)

Tabella XIII - Esempio di sillogismo induttivo. A = longevità; B = non avere la bile; C = un singolo animale longevo.

Come si vede l'induzione capovolge il sillogismo, in quanto essa parte dalla conclusione di questo per pervenire alla premessa maggiore. Infatti il sillogismo corretto sarebbe:

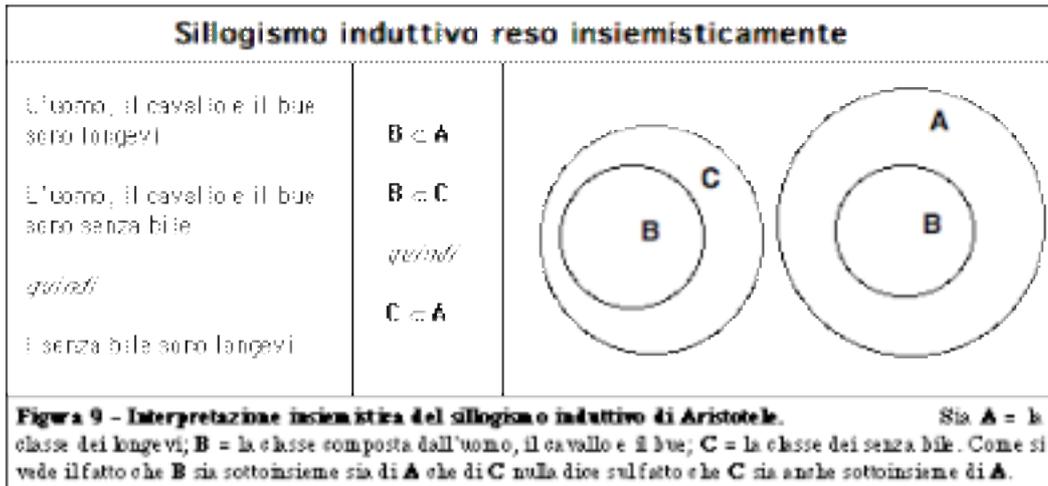
Tutti i senza bile (**M**) sono longevi (**P**)
 L'uomo, il cavallo e il bue (**S**) sono senza bile (**M**)
quindi
 L'uomo, il cavallo e il bue (**S**) sono longevi (**P**)

dove si vede che la premessa minore costituisce la comune cerniera della dimostrazione. Pertanto l'induzione consiste nel fare un ragionamento che dovrebbe essere in grado di fornire come conclusione la premessa maggiore di un sillogismo formalmente corretto; e se tale premessa è vera, allora questo sillogismo sarà anche scientifico. Tuttavia tale ragionamento induttivo sarà valido solo a condizione che l'uomo, il cavallo e il bue esauriscano la classe di tutti gli animali senza bile, cioè se l'enumerazione dei senza bile è completa; detto in termini aristotelici, solo se i due termini della premessa minore hanno la medesima estensione. In questo caso è possibile applicare loro la conversione semplice, per cui il sillogismo diventa corretto, in quanto esso è stato ridotto al modo **BARBARA** della prima figura:

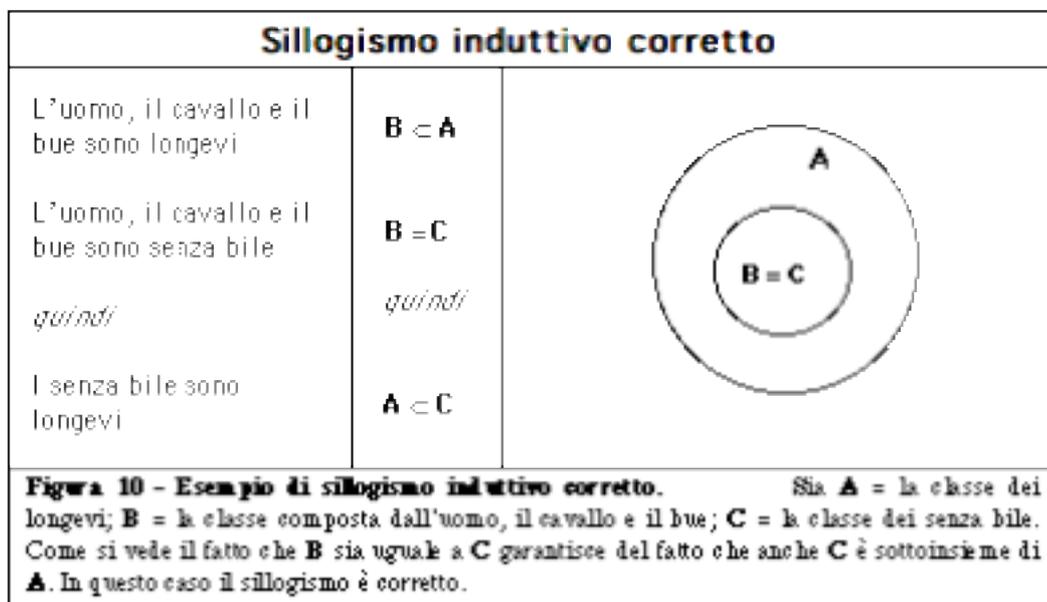
L'uomo, il cavallo e il bue (**M**) sono longevi (**P**)
 Tutti i senza bile (**S**) sono l'uomo, il cavallo e il bue (**M**)
quindi
 Tutti i senza bile (**S**) sono longevi (**P**)

Il sillogismo così ottenuto è sì rigoroso, ma non è un vero e proprio sillogismo scientifico in quanto gli manca il carattere esplicativo che è tipico di quest'ultimo. Infatti il suo termine medio adempie sì, dal punto di vista logico, la funzione di assicurare l'inferenza, ma gli manca la caratteristica propria dei veri termini medi, consistente nell'essere la *causa* che permette di congiungere il termine maggiore al termine minore nella conclusione. In effetti nel sillogismo dell'esempio la vera causa è l'assenza di bile, in quanto è questa a spiegare la longevità, mentre invece in esso il termine medio è costituito da "l'uomo, il cavallo e il bue". Ecco perché Aristotele ritiene che l'induzione si opponga al sillogismo scientifico, in quanto essa non ci fa cogliere la vera causa. L'induzione, pertanto, non è che un preambolo alla scienza: l'affermazione che l'uomo, il cavallo e il bue sono longevi non è che una constatazione di fatto, un sapere empirico. Mentre la stessa affermazione sarà una conoscenza scientifica quando è la conclusione di un sillogismo vero che sia in grado di dirci il "perché" l'uomo, il cavallo e il bue sono longevi: perché essi non hanno la bile.

- Quanto detto si può anche esprimere nel linguaggio della teoria degli insiemi, applicato al medesimo esempio. Evidentemente l'uomo, il cavallo e il bue possono essere considerati o come un insieme oppure come tre elementi appartenenti ad una classe. Prendiamo in esame il primo caso; avremo il seguente risultato espresso nella seguente figura 9:



Come si vede chiaramente dalla figura 9, l'aver stabilito che la classe composta da uomo, cavallo e bue sono sottoinsiemi di due insiemi diversi non garantisce affatto che questi due ultimi insiemi siano in qualche rapporto tra di loro. Ciò vuol dire che il sillogismo induttivo non costituisce una inferenza valida. Le cose invece cambierebbero se si stabilisse una perfetta equivalenza tra l'insieme rappresentato da uomo, cavallo e bue e l'insieme dei senza bile, cioè se i due insiemi avessero i medesimi elementi. In questo caso si stabilirebbe una identità tra insiemi, per cui dire l'insieme di uomo cavallo e bue e dire l'insieme dei senza bile sarebbe la stessa cosa. Ciò viene mostrato dalla seguente figura 10.



Ecco, tra l'altro, perché Aristotele ritiene che per rendere il sillogismo induttivo valido è necessario trasformarlo nel modo BARBARA, con l'eguagliare la classe dei senza bile con la classe formata da uomo, cavallo e bue. Ma è possibile effettuare sempre questo passaggio? Ovvero, siamo sempre in grado di portare a termine una enumerazione completa? E' proprio nella risposta a tale domanda che si sono dislocati storicamente tutti i tentativi di risolvere il problema dell'induzione,

specie in relazione agli asserti appartenenti alla scienza, che sono caratterizzati dalla quantificazione universale.

L'intuizione. Da quanto detto ne segue che l'induzione è legittima solo allorché l'enumerazione è completa; ma se ciò è possibile, secondo Aristotele, per le specie appartenenti ad un genere (di solito di numero finito e quindi facilmente enumerabili), non è invece possibile per i singoli individui, che sono infiniti (o comunque il cui numero è indefinito, per cui non si è mai in grado di sapere con certezza quando l'enumerazione è esaustiva). Per cui prima di passare dalla specie al genere è preliminare un'altra operazione che conduca dagli individui alla specie, senza la quale non sarebbe possibile alcuna nozione generale. Tale passaggio è, per Aristotele, il risultato di un'induzione spontanea, che non appartiene al ragionamento, ma è il frutto dell'intuizione. Per cui accanto al ragionamento Aristotele ammette con l'intuizione un altro modo di attingere i principi primi. E' assai interessante il brano in cui Aristotele espone questa sua dottrina, che sta proprio a conclusione della sua opera:

“In effetti, tutti gli animali hanno un'innata capacità discriminante, che viene chiamata sensazione. Così, la sensazione è insita negli animali, ma mentre in alcuni di essi si produce una persistenza dell'impressione sensoriale, in altri invece ciò non avviene. Orbene, quegli animali, in cui non si produce tale persistenza, mancano o totalmente, o rispetto agli oggetti, la cui percezione non lascia in essi alcuna traccia, di qualsiasi conoscenza al di fuori della sensazione; altri animali invece possono, una volta che la sensazione è cessata, conservare ancora qualcosa nell'anima. Quando poi si siano prodotte molte impressioni persistenti di questa natura, si presenta allora una certa differenziazione, e di conseguenza, in certi animali si sviluppa, sulla base della persistenza di siffatte impressioni, un nesso discorsivo, mentre in altri animali ciò non si produce. Dalla sensazione si sviluppa dunque ciò che chiamiamo ricordo, e dal ricordo spesso rinnovato di un medesimo oggetto si sviluppa poi l'esperienza. In realtà, dei ricordi che sono numericamente molti costituiscono una sola esperienza. In seguito, sulla base dell'esperienza, ossia dell'intero oggetto universale che si è acquietato nell'anima, dell'unità al di là della molteplicità, il quale è contenuto come uno e identico in tutti gli oggetti molteplici, si presenta il principio dell'arte e della scienza: dell'arte, riguardo al divenire, e della scienza, riguardo a ciò che è. Le suddette facoltà non ci sono dunque immanenti nella loro determinatezza, né provengono in noi da altre facoltà più produttive di conoscenza, ma vengono suscitate piuttosto dalla sensazione. Così in battaglia, quando l'esercito si è volto in fuga, se un soldato si arresta, si arresta pure un secondo, e poi un altro ancora, sino a che si giunge al principio dello schieramento. L'anima d'altronde è costituita in modo tale da poter subire ciò. Questo è stato già detto da noi or ora, ma non in modo chiaro, e val la pena di ripeterlo ancora. *In realtà, quando un solo oggetto, cui non possono applicarsi differenze, si arresta in noi, allora per la prima volta si presenta nell'anima l'universale* (poiché si percepisce bensì l'oggetto singolo, ma la sensazione si rivolge all'universale, per esempio, all'uomo, non già all'uomo Callia); poi rispetto a questi oggetti si verifica in noi un ulteriore acquietarsi, sino a che nell'anima si arrestano gli oggetti che non hanno parti e gli universali. Ad esempio, partendo da un certo animale, si procede sino all'animale, e poi rispetto a quest'ultimo avviene lo stesso. *È dunque evidentemente necessario che noi giungiamo a conoscere gli elementi primi con l'induzione. In effetti, già la sensazione produce a questo modo l'universale.* Ora, tra i possessi che riguardano il pensiero e con i quali cogliamo la verità, alcuni risultano sempre ve-

raci, altri invece possono accogliere l'errore; tra questi ultimi sono, ad esempio, l'opinione e il ragionamento, mentre i possessi sempre veraci sono la scienza e l'intuizione e non sussiste alcun altro genere di conoscenza superiore alla scienza, all'infuori dell'intuizione. Ciò posto, e dato che i principi risultano più evidenti delle dimostrazioni, e che, d'altro canto, ogni scienza si presenta congiunta alla ragione discorsiva, in tal caso i principi non saranno oggetto di scienza; e poiché non può sussistere nulla di più verace della scienza, se non l'intuizione, sarà invece l'intuizione ad avere come oggetto i principi. Tutto ciò risulta provato, tanto se si considerano gli argomenti che precedono, quanto dal fatto che *il principio della dimostrazione non è una dimostrazione: di conseguenza neppure il principio della scienza risulterà una scienza*. E allora, se oltre oltre alla scienza non possediamo alcun altro genere di conoscenza verace, l'intuizione dovrà essere il principio della scienza. Così, da un lato l'intuizione risulterà il principio del principio, e d'altro lato la scienza nel suo complesso sarà in questo stesso rapporto rispetto alla totalità degli oggetti.”

(*An. post.* B 19, 100b, 5-17. Corsivi nostri).

I ‘sommi’ principi. Accanto ai principi che sono propri di ciascuna scienza (e ai quali arriviamo per induzione o per intuizione) vi sono quelli che stanno alla base di ogni scienza e la cui verità è colta solo intuitivamente; senza di essi non sarebbe possibile la dimostrazione. Sono questi il *principio di non contraddizione* e del *terzo escluso* (quello di identità non è stato esplicitamente formulato da Aristotele), dei quali egli discute nel celebre quarto libro della *Metafisica*.

- Il principio di non contraddizione si può enunciare oggi nel calcolo proposizionale nel seguente modo:

$$\neg(p \wedge \neg p)$$

che si legge: “non è vero che p e non- p ”. In Aristotele tuttavia ne troviamo differenti formulazioni, che sono la spia dei diversi modi in cui è possibile intenderlo e dei quali non sempre egli aveva consapevolezza. Come ha infatti mostrato Lukasiewicz, abbiamo tre casi:

- Innanzi tutto si può vedere in esso una tesi sulla struttura del nostro mondo, ed in questo caso starebbe a significare che non esiste un evento composto da due fatti tra loro incompatibili, cioè p e non- p . E’ a questa accezione che si riferisce Aristotele quando afferma che “non è possibile che una stessa cosa insieme sia e non sia” (*Metaph.*, B 2, 996 b 30). La lettera ‘ p ’ sta ad indicare in questo caso un determinato fatto, come ad esempio il fatto che questo tavolo è quadrato; sicché il principio sta a significare che non è ammissibile che questo tavolo sia quadrato e nello stesso tempo sia non-quadrato. Ciò vuol dire che non possono esistere nello stesso tempo e nello stesso spazio un fatto qualunque p e la sua negazione (o mancanza) non- p . Secondo questa interpretazione, il principio esprime una tesi *ontologica*.
- La stessa formula può essere interpretata in modo differente. La si può cioè intendere come proibente la possibilità di accettare due qualsivoglia proposizioni tali che una neghi l'altra. E’ a questa accezione che Aristotele si riferisce quando afferma: “Il più certo di tutti i principi è quello che due giudizi contraddittori non possono essere insieme veri” (*Metaph.*, D 6, 1011 b 13-14). In questo caso la lettera “ p ” non sta ad indicare un fatto, ma una espressione linguistica, una proposizione o comunque una argomentazione. Allora il principio ci proibisce di accettare nel nostro ragionamento proposizioni tra loro

contraddittorie. In altri termini, un uomo razionale non può ragionare in modo da ammettere delle contraddizioni sì da sostenere ad un tempo, ad esempio, che “i cavalli sono quadrupedi” e “i cavalli non sono quadrupedi”. Giusta o sbagliata che sia, questa regola concerne il modo in cui noi parliamo della realtà, cioè il nostro discorso o ragionare su di essa. Diciamo il principio di non contraddizione riceve in questo caso una formulazione *logico-linguistica*.

- Infine, il principio può significare che è impossibile per un individuo credere ad una cosa ed allo stesso tempo credere al suo contrario. Così si esprime in questo caso Aristotele: “Nessuno può credere che la stessa cosa è e non è, così come secondo alcuni sostenne Eraclito; non può infatti parlando credere in ciò che dice” (*Metaph.*, D 1005 b 23-26). In questo caso esso concerne le convinzioni o credenze di un dato individuo e consiste nel sostenere che è impossibile per un individuo essere convinto di due cose tra loro contraddittorie. E’ questa la versione *psicologica* del principio di non contraddizione.
- **La logica modale.** Accenniamo infine al fatto che Aristotele ha anche elaborato, accanto alla sillogistica apofantica, anche una logica modale, che costituisce la parte più complessa della sua logica. Un asserto modale è caratterizzato dal fatto di contenere o la parola ‘necessario’ o la parola ‘possibile’, come quando affermo: “è possibile che domani ci sarà una battaglia navale”, “è necessario che lo spazio sia infinitamente divisibile”, ecc. per cui un sillogismo modale è un sillogismo in cui una delle due premesse è un asserto modale. Tale teoria è sviluppata nel *De interpretatione* (capp. 12 e 13) e negli *Analitici primi* (I. 3 e 13).

La logica megarico-stoica

Conosciamo già alcuni contributi della scuola socratica minore dei Megarici, in quanto essi concernono il problema dei paradossi, già precedentemente trattato. I campi di interesse della scuola sono stati sostanzialmente tre: l’invenzione dei già esaminati paradossi; il riesame delle nozioni modali introdotte da Aristotele; l’inizio di un importante dibattito sulla natura degli asserti condizionali, cioè quelli in cui viene fatto uso del connettivo “se...allora”. Tutti questi tre temi saranno al centro della riflessione successiva, specie in ambito medievale. Di essi esamineremo l’ultimo, in quanto viene poi ripreso in ambito stoico, esercitando una grande influenza.

La scuola megarica è stata fondata da Euclide di Megara, allievo di Socrate ma anche influenzato dalla scuola eleatica ed in particolare dalla dialettica di Zenone. Discepoli di Euclide sono stati Ebulide (cui si attribuiscono i più famosi paradossi) e Stilpone di Megara. Di Ebulide fu discepolo Apollonio Crono, maestro di Diodoro Crono, a sua volta maestro di Filone di Megara. Di Stilpone (e forse anche di Diodoro Crono) fu discepolo Zenone di Cizio, fondatore della scuola stoica; anche Crisippo (280-207 a.C.), successore di Zenone, si riallaccia direttamente all’insegnamento megarico: fu questi il logico più insigne dell’intera tradizione megarico-stoica, al punto da essere considerato nell’antichità pari o addirittura superiore ad Aristotele. Tuttavia i suoi contributi personali non sono distinguibili con esattezza da quelli degli altri esponenti della scuola, né è possibile discriminare con precisione quanto appartie-

ne alla scuola megarica e quanto a quella stoica. Ecco perché si parla di solito di una logica megarico-stoica. Ma mentre la scuola megarica si estinse alla fine del III secolo a.C., invece quella stoica continuò a fiorire e i suoi esponenti diffusero la logica anche mediante una manualistica ben fatta, che accreditò la fama delle loro dottrine logiche, oscurando al tempo stesso quella dei Megarici, dai quali queste erano state assai probabilmente tratte.

La *caratteristica fondamentale* della logica megarica (e poi di quella stoica) sta nel fatto di appartenere ad una tradizione di pensiero autonoma rispetto a quella aristotelica; tale suo carattere polemico verso Aristotele fu anche la causa della sua dimenticanza quando la logica di quest'ultimo si affermò come dominante nel pensiero logico successivo, per cui della logica megarico-stoica ci restano solo frammenti molto posteriori. A lungo, filtrata dall'ottica aristotelica, essa è stata svalutata, ritenuta una sua variante puramente verbale, inutilmente formalistica e complicata. Inoltre, la contrapposizione alimentata dai suoi stessi esponenti con l'opera di Aristotele, ha fatto a lungo pensare che la logica megarico-stoica fosse alternativa a quella aristotelica, e non ad essa complementare, sicché solo in età recente, a seguito degli studi prima di Brochard e quindi del grande logico polacco Łukasiewicz (la cui importanza abbiamo già visto a proposito della logica aristotelica), è stato possibile vedere le due logiche come complementari, apprezzando l'originalità ed importanza di quella megarico-stoica.

La *differenza* più vistosa della logica megarico-stoica rispetto a quella aristotelica è stata individuata da Łukasiewicz:

“Soltanto oggi sappiamo, grazie alla logica matematica, che la logica degli stoici è un sistema totalmente diverso dalla sillogistica di Aristotele. La logica stoica, infatti, è il corrisponente della odierna “teoria della deduzione”, nel significato dato a questa espressione da Whitehead e Russell nell'opera *Principia mathematica*. E' questa dunque una teoria nelle quali incontriamo soltanto variabili *proposizionali*, mentre invece nella sillogistica di Aristotele abbiamo solo variabili *nominali*. Oggi sappiamo anche che la logica stoica, in quanto teoria delle variabili proposizionali, è un sistema logico fondamentale dal significato incomparabilmente più grande e più generale della logica aristotelica. Un sistema logico correttamente costruito deve dunque basarsi sulle tesi della teoria della deduzione, e dunque sulla logica stoica”

J. Łukasiewicz, “O logice stoików” [1923], in J.Ł., *Logica i metafizyka*, Warszawa 1998, pp. 368-9).

Insomma, la sua novità consiste nel fatto che essa è principalmente una *logica delle proposizioni* e non dei *termini*; inoltre essa è costituita solo da regole e non da leggi. Così, mentre “Aristotele rimase sempre, in fondo, un allievo di Platone che cerca le essenze e quindi risponde alla domanda: ‘A appartiene a B?’, i Megarici invece partono dalla domanda preplatonica: ‘Come si può confutare l'enunciato P?’” (Bocheński, *op. cit.*, p. 149). Essi, rifacendosi a quella pratica disputatoria e confutatoria che fu tipica dei Sofisti e della dialettica zenoniana, prediligono quale oggetto d'analisi le proposizioni complete, laddove invece Aristotele

tele si concentrava sul legame che teneva unito soggetto e predicato, all'interno della proposizione. Si può ben dire, dunque, che la logica proposizionale ha avuto inizio con i Megarici e gli Stoici. Non solo, ma essi posero anche le fondamenta di una semantica e di una sintassi esatte.

Tra i Megarici, ideatori di dottrine positive che costituirono un nuovo capitolo nella storia della logica furono in particolare Diodoro Crono e Filone; di questi è particolarmente degna di rilievo la loro analisi dell'implicazione.

7.1. L'implicazione nei Megarici

Delle dottrine sicuramente attribuibili ai megarici possiamo menzionare quelle concernenti l'implicazione. Questa diede luogo ad una disputa tra la versione fornita da Diodoro Crono e quella del discepolo Filone, al punto che il poeta Callimaco ironizzava su tale veemente controversia, affermando che persino i corvi sugli alberi gracchiano per stabilire la natura dei condizionali. Presentiamo di seguito le due versioni.

Implicazione filoniana. Di questa implicazione abbiamo notizie grazie a Sesto Empirico, che così ce la espone:

Così Filone diceva che la connessione è vera quando non comincia dal vero e termina nel falso; cosicché, secondo lui, la connessione è vera in tre casi e falsa in un caso. E infatti quando essa, cominciando dal vero termina nel vero, è vera come ad esempio questa: "Se è giorno, c'è luce". E quando, cominciando dal falso termina nel falso, è ancora vera, come ad esempio questa: "Se la terra vola, la terra ha le ali". Allo stesso modo anche quella che comincia dal falso e termina nel vero è vera, come ad esempio questa; "Se la terra vola, la terra esiste". E' falsa soltanto nel caso che cominci dal vero e termini nel falso, come ad esempio è questa: "Se è giorno, è notte". Infatti se è giorno, la proposizione "E' giorno" è vera: e questa è l'antecedente; ma la proposizione "E' notte" è falsa: e questa è la conseguenza. (Da Montoneri, *I Megarici*, cit., p. 298).

E' evidente che Filone sta descrivendo quello che nella logica contemporanea si chiama condizionale o "implicazione materiale", indicato col simbolo \supset , descritto mediante la seguente tabella, che ci restituisce i suoi valori di verità:

p	q	$p \supset q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Come si vede dalla tabella, la verità dell'implicazione (dai megarici chiamata 'connessione') dipende dalla verità delle proposizioni che la compongono: ciò significa che Filone ebbe chiaro in mente la natura verofunzionale di tale connettivo logico, così come è proprio della logica contemporanea. Questa implicazione viene detta 'materiale' per distinguerla dall'*implicazione logica*, nella quale se le premesse sono vere, allora anche la conseguenza è vera: è per tale motivo che oggi si preferisce di solito definire tale connettivo come 'condizionale' per riservare il termine 'implicazione' alla vera e propria conseguenza logica (vedi 'Appendice').

Implicazione diodorea. Si distingue da quella filoniana per il fatto che in essa viene introdotto il tempo:

Ma Diodoro dice che è vera la connessione che non ammise né ammette di cominciare dal vero e di terminare nel falso. Cosa che contrasta con la tesi di Filone. Infatti una connessione di questo tipo: "Se è giorno, io discuto" - se al momento è giorno e io sto discutendo - è vera secondo Filone, dato che comincia da una premessa vera "E' giorno" e termina con una conclusione vera "Io discuto". Invece secondo Diodoro essa è falsa, perché ammette di cominciare da una premessa che è - a un dato momento - vera e di finire con una conclusione falsa "Io discuto", nel caso che io ho cessato di parlare: pertanto essa ammette di cominciare dal vero e di finire nel falso "Io discuto". Infatti, prima che io cominciassi a discutere, essa cominciava dal vero "E' giorno" e finiva nel falso "Io discuto". E ancora, una connessione del tipo: "Se è notte, io discuto" - nel caso che sia giorno e io taccio - è ugualmente vera secondo Filone, dato che comincia dal falso e termina nel falso; mentre secondo Diodoro è falsa, giacché essa ammette di cominciare dal vero e di finire nel falso, dopo che è venuta la notte e io ancora non discuto ma taccio. Inoltre la connessione "Se è notte, è giorno" - quando è realmente giorno - è vera secondo Filone, per la ragione che comincia dal falso "E' notte" e finisce nel vero "E' giorno"; mentre secondo Diodoro è falsa perché ammette di cominciare - se è sopravvenuta la notte - dal vero "E' notte", e di finire nel falso "E' giorno". (*ib.*, pp. 298-9)

Tale modo di intendere l'implicazione da parte di Diodoro può essere intesa come un logica del tempo, in quanto essa può essere resa nel modo seguente:

Se p , allora q , se e solo se, per ogni istante t non accade che p sia vera in t e q sia falsa in t .

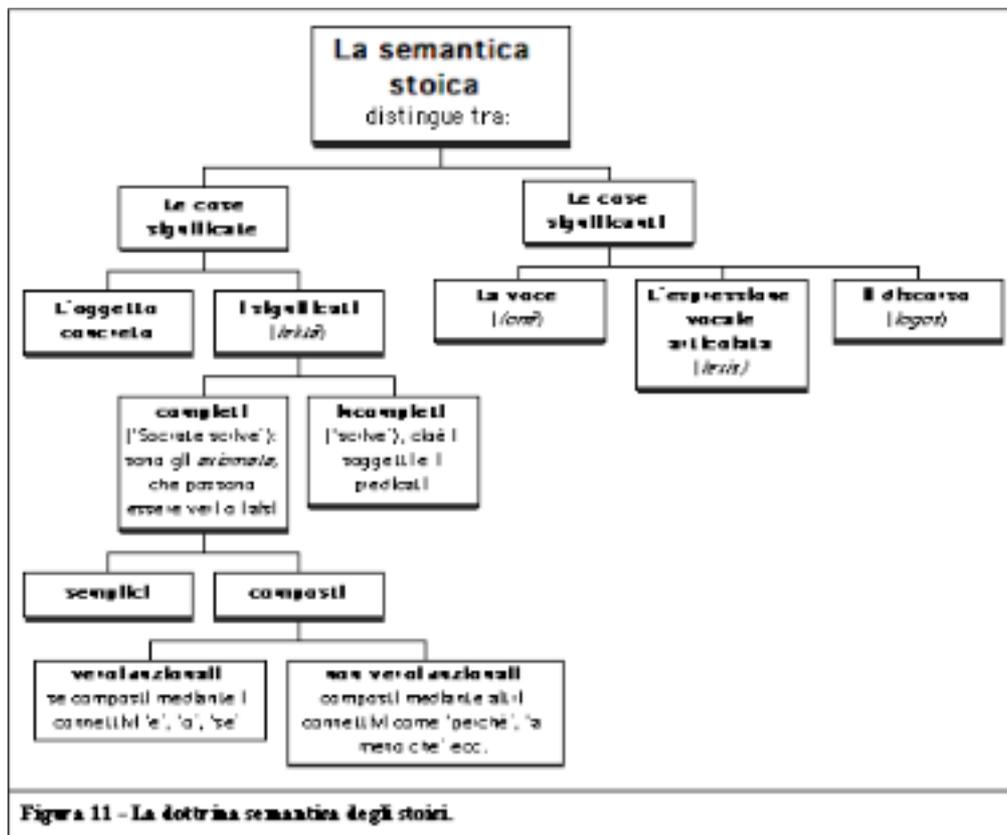
Cioè, un'implicazione è vera quando non è stato possibile e non è possibile che cominci col vero e finisca col falso, per cui l'implicazione filoniana risulta un concetto più debole di quella diodorea. In tal modo Diodoro pone la definizione filoniana in funzione del tempo, richiedendo che mai e in nessun tempo si possa verificare la condizione di falsità espressa da Filone. La presenza di operatori modali ('possibile') è risolta all'interno di una logica verofunzionale, per cui anche il 'necessariamente' viene espresso col 'sempre', una sorta di quantificatore universale che ha il ruolo di un funtore modale.

7.2. La logica proposizionale stoica

Gli stoici dividevano la logica in due sottodottrine, la retorica e la dialettica: la prima, con una funzione civile e persuasoria, mira ad ottenere l'assenso emotivo degli interlocutori; la seconda si fonda sul ragionamento necessario e tratta di due ambiti diversi ma strettamente connessi: quello delle cose significanti e quello dell'espressione; essa pertanto mira a trovare la verità. Quest'ultima comprendeva parti che oggi classifichiamo tra l'epistemologia o tra la grammatica e la linguistica.

In particolare importante è la semantica stoica, dottrina abbastanza articolata e precisa, specie per quanto concerne il significato della proposizione, che assume l'esistenza di una stretta corrispondenza tra l'ordine delle cose e quello del discorso, tra la realtà e il linguaggio.

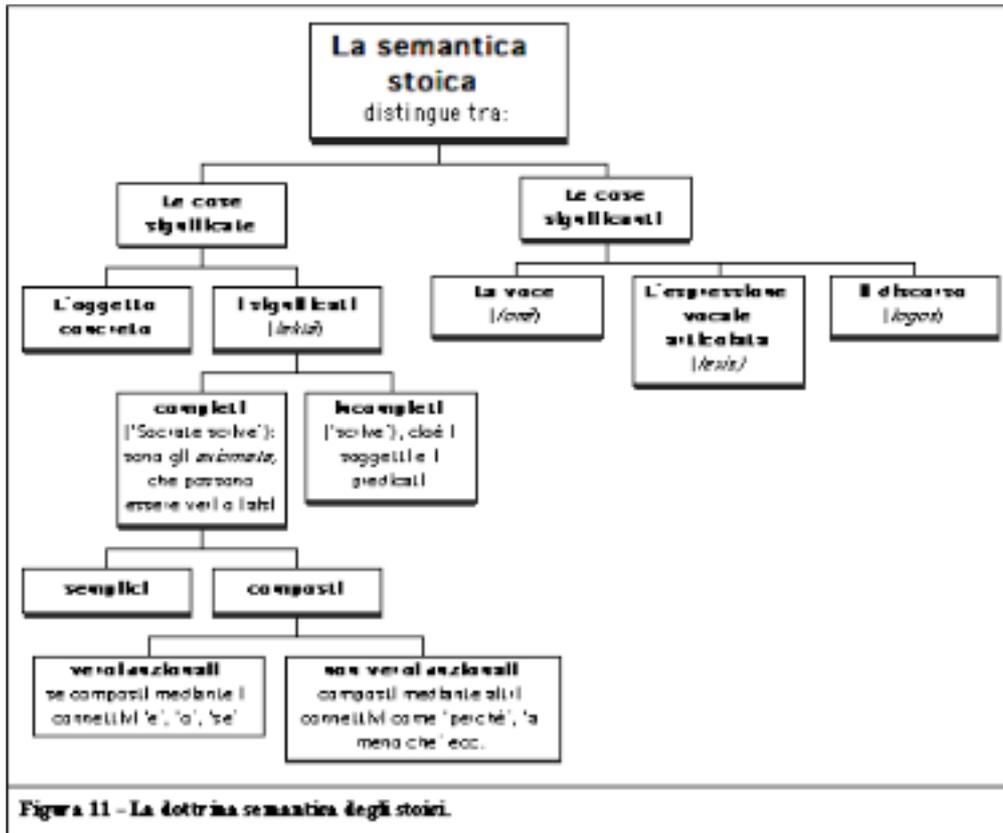
Le distinzioni fondamentali della loro semantica sono riassunte nella seguente figura 11.



In essa il rapporto semantico tra linguaggio e realtà non è più costituito da due termini (il nome e la cosa), ma da tre: nome, significato e cosa designata. Questa è un'acquisizione che resterà radicata nel pensiero semantico sino ai nostri giorni.

Inoltre la dottrina semantica individua quelle che sono le componenti

del calcolo proposizionale, gli *axiomata*, che noi oggi chiamiamo col termine ‘proposizioni’, e che hanno la caratteristica di poter essere o veri o falsi, distinguendo da essi tutte le altre espressioni aventi natura esclamativa o volitiva, per le quali non si può imputare la verità o la falsità. Questi *axiomata* possono essere modificati da funtori monoargomentali, cioè che si applicano alla proposizione semplice, come avviene con la negazione; oppure che servono a formare le proposizioni composte: e questi sono i cosiddetti ‘connettivi’, ciascuno dei quali esprime una tavola di verità.



I connettivi individuati con sicurezza dagli stoici sono la congiunzione e la disgiunzione completa. La prima ha la seguente tavola di verità:

p	q	$p \text{ e } q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

La disgiunzione completa ha la seguente, che corrisponde alla tavola

dell'odierna disgiunzione 'esclusiva', che esprime appunto al significato di 'aut'.

p	q	p aut q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Infatti gli Stoici non conoscevano la disgiunzione non esclusiva, che equivale al significato di 'vel' ed è resa dalla seguente tavola:

p	q	p vel q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Vi sono poi altri connettivi come l'implicazione 'connessiva' e l'implicazione 'inclusiva' il cui significato logico non è molto chiaro, sicché l'implicazione che in effetti viene da loro usata nelle argomentazioni è la già vista implicazione 'materiale' introdotta da Filone.

Schemi inferenziali. Una particolare cura venne dagli Stoici riservata alle modalità dell'argomentazione, che risulta dalla combinazione di più proposizioni. Come essi sostengono:

Un argomento [*logos*] è un sistema costituito da premesse e da una conclusione. Le premesse sono le proposizioni accettate per la dimostrazione della conclusione, la conclusione è la proposizione dimostrata a partire dalle premesse. Ad esempio, nel seguente argomento: "se è giorno, c'è luce; ma è giorno; dunque c'è luce", c'è luce è la conclusione, le altre proposizioni sono le premesse. (Da Boche_ski, *op. cit.*, p. 166)

Gli argomenti erano quindi distinti in conclusivi e non conclusivi; sono conclusivi gli argomenti nei quali dalla congiunzione delle premesse segue una conclusione vera, come nel caso dell'argomento contenuto nel brano citato. Non sono conclusivi nel caso contrario.

Inoltre essi distinguono con grande chiarezza la *validità formale* e la

verità:

Fra gli argomenti conclusivi alcuni sono veri, altri falsi. Sono veri quando, oltre alla proposizione connessa costituita dalla congiunzione delle premesse e dalla conclusione, anche la congiunzione delle premesse, cioè l'antecedente della proposizione connessa, è vera. (Da Boche_ski, *op. cit.*, p. 167)

Tale distinzione era già nota ad Aristotele, ma questa è la prima formulazione esplicita accurata.

Gli argomenti validi seguono degli schemi che non hanno bisogno di dimostrazione e grazie ai quali viene costruito ogni altro argomento: sono gli 'anapodittici' ('non dimostrati' o 'indimostrabili'), che equivalgono a ciò che noi oggi chiamiamo 'assiomi' del calcolo proposizionale e che non sono altro che delle leggi logiche di natura tautologica. Tutte le altre argomentazioni avvengono mediante l'applicazione di regole che hanno lo scopo di ridurle agli anapodittici. Gli anapodittici sono cinque. Ne forniamo la tabella con la formulazione originaria e la loro traduzione in termini di calcolo proposizionale contemporaneo.

Gli indimostrabili degli Stoici	
Formulazione originaria	Espressione logica
"Il primo [indimostrabile], da una proposizione [connessa] e dal suo antecedente ne fornisce il conseguente, come ad esempio: 'se è giorno c'è luce; ma è giorno; dunque c'è luce'"	$[(p \supset q) \supset p] \supset q$ (<i>modus ponendo ponens</i>)
"Il secondo, da una [proposizione] connessa e dalla contraddittoria del suo conseguente fornisce la contraddittoria dell'antecedente, come ad esempio: 'se è giorno, c'è luce; ma non c'è luce; dunque non è giorno'"	$[(p \supset q) \supset \neg q] \supset \neg p$ (<i>modus tollendo tollens</i>)
"Il terzo, dalla negazione di una congiunzione insieme con una delle sue componenti fornisce la contraddittoria dell'altra, come ad esempio: 'non: è giorno ed è notte; ma è giorno; dunque non è notte'"	$[\neg(p \supset q) \supset p] \supset \neg q$ (<i>modus ponendo tollens</i>)
"Il quarto, da una [proposizione] disgiuntiva [completa], insieme con una delle [proposizioni] in essa disgiunte, fornisce la contraddittoria dell'altra, come ad esempio: 'è giorno o è notte; ma è giorno; dunque non è notte'."	$[(p \circ q) \supset p] \supset \neg q$
"Il quinto, da una [proposizione] disgiuntiva [completa], insieme con la contraddittoria di una delle [proposizioni] in essa disgiunte, fornisce l'altra, come ad esempio: 'è giorno o è notte; ma non è notte; dunque è giorno'."	$[(p \circ q) \supset \neg q] \supset p$

Tabella XIV - Schemi di inferenza e leggi logiche La formulazione originaria fornita nella colonna di sinistra mette in evidenza il fatto che gli Stoici non formulavano in maniera completa delle leggi logiche (così come esse sono trascritte nella colonna di destra), bensì solo come schemi inferenziali a cui poi facevano corrispondere delle proposizioni implicative aventi carattere concreto, del tipo: “Se, se è giorno c’è luce; ed è giorno, c’è luce”, dando così delle illustrazioni della legge, non già la stessa legge. Per ottenere la legge nella sua generalità occorre sostituire con variabili le costanti concrete e sostituire al linguaggio comune un linguaggio interamente simbolico; appunto come viene effettuato nella colonna di destra, che così esprime la legge logica implicitamente contenuta nella formulazione originaria degli Stoici riportata nella colonna sinistra.

Notazione e terminologia. Per motivi tipografici, abbiamo reso nelle due ultime formule col cerchietto la disgiunzione completa o alternativa (“o ... o”). Il *modus ponendo ponens* è chiamato più semplicemente *modus ponens*, da *ponere*, che significa ‘affermare’. Analogamente il *modus tollendo tollens* è chiamato semplicemente *modus tollens*, da *tollere*, che significa ‘negare, rifiutare’.

A partire da questi ‘anapodittici’ Crisippo avrebbe dimostrato numerosissimi teoremi, utilizzando delle regole (o ‘temi’), che noi oggi indichiamo col nome di ‘metateoremi’, in quanto sono formulati nel metalinguaggio. Galeno enumera quattro di questi metateoremi, ma enuncia solo il primo e il terzo. Il primo consiste nella *reductio ad impossibile* a noi già noto e corrisponde alla dimostrazione indiretta dei sillogismi formulata da Aristotele. Il terzo viene presentato così:

Se da due si deduce un terzo e uno [dei due] può essere dedotto sillogisticamente da altri, il terzo è fornito dal rimanente e da questi altri. (Da Boche_ski, *op. cit.*, p. 173)

che Boche_ski riformula nel seguente modo:

Se r segue da p e q , e p da s , allora r segue da q e s .

I teoremi sono dimostrati applicando le regole e riducendoli agli indimostrabili.

- Ne forniamo un primo semplice esempio. Vogliamo dimostrare la correttezza del seguente ragionamento:

“Se il primo, allora, se il primo, allora il secondo; ma il primo, dunque il secondo”.

Esso può essere formalizzato nel modo seguente:

$$\{[p \supset (p \supset q)] \supset p\} \supset q$$

da $[p \supset (p \supset q)] \supset p$ possiamo ricavare per il primo indimostrabile (*modus ponens*) $(p \supset q)$; quindi da $(p \supset q) \supset p$ possiamo ricavare, sempre per *modus ponens*, q .

- Dei numerosi teoremi che la tradizione attribuisce a Crisippo solo di alcuni ne è rimasta testimonianza. Sesto Empirico ne riporta uno particolarmente significativo:

“Un’argomentazione di tal genere risulta composta da una seconda argomentazione indimostrabile [= il secondo degli anapodittici] e da una terza [= il terzo degli anapodittici], così come si può evincere dall’analisi, e quest’ultima diventerà alquanto più chiara quando ne avremo data la spiegazione in base al “modo” [= schema di ragionamento], che è il seguente: “se ci sono il primo e il secondo, c’è il terzo; ma il terzo non c’è affatto, bensì c’è solo il primo; dunque non c’è il secondo”. Difatti, poiché abbiamo una premessa maggiore in cui fanno da antecedenti il primo e il secondo congiunti tra loro e in cui il terzo fa, invece, da conseguente, e poiché abbiamo anche l’opposto del conseguente - ossia l’espressione “ma il terzo non c’è” -, noi porremo come conclusione anche l’opposto dell’antecedente - cioè “dunque non ci sono il primo e il secondo” - per mezzo di una seconda argomentazione indimostrabile. Ma, in realtà, proprio questa stessa conclusione è già potenzialmente contenuta nell’argomentazione, giacché noi possediamo le premesse che sono atte a provarla, quantunque essa non sia esplicitamente enunciata. E quando le avremo disposte accanto alla premessa rimanente, ossia alla prima, noi saremo in possesso della conclusione già nell’atto in cui questa viene dedotta, cioè “dunque il terzo non c’è”, per mezzo della terza argomentazione indimostrabile. Sicché ci sono due argomentazioni indimostrabili: la prima di esse è: “se ci sono il primo e il secondo, c’è il terzo; ma il terzo non c’è affatto; dunque, non ci sono il primo e il secondo” - e questa costituisce una seconda argomentazione indimostrabile -; l’altra, ossia la terza, è “non ci sono affatto il primo e il secondo, ma c’è solo il primo; dunque il secondo non c’è”.”

(Sesto Empirico, *Contro i logici*, II, 235-36, trad. di A. Russo, Laterza, Roma-Bari 1975)

Tale passo di Sesto evidenzia con chiarezza quanto sia difficile esprimere un’argomentazione logica molto semplice quando non si disponga di un adeguato linguaggio simbolico. Infatti quanto da lui detto può essere trascritto con maggiore semplicità ed efficacia nel simbolismo della logica contemporanea. Il ragionamento è infatti reso dalla seguente formula:

$$\{ [((p \supset q) \supset r) \supset r] \supset p \} \supset \supset q$$

La conclusione $\neg q$ è dimostrata se l’intera formula, come sappiamo, risulta essere una tautologia. Tuttavia non applichiamo qui le tavole di verità, ma effettuiamo la dimostrazione facendo uso - come suggerito nel testo di Sesto - degli anapodittici. Per far ciò utilizziamo il modo che di solito viene usato nella logica contemporanea per la dimostrazione dei teoremi logici. Scriviamo quindi per prima la tesi che vogliamo dimostrare e quindi, successivamente, le ipotesi da cui partiamo e i passi della dimostrazione:

- | | | |
|-----|---------------------------|---|
| (1) | $\neg q$ | proposizione da dimostrare |
| (2) | $(p \supset q) \supset r$ | ammesso per ipotesi |
| (3) | $\neg r$ | ammesso per ipotesi |
| (4) | p | ammesso per ipotesi |
| (5) | $\neg (p \supset q)$ | da (2) e (3) in virtù del secondo degli anapodittici (<i>modus tollens</i>) |
| (6) | $\neg q$ | da (4) e (5) in virtù del terzo degli anapodittici (<i>modus ponendo tollens</i>). C.v.d. |

Si è così sintetizzato ciò che aveva richiesto a Sesto un lungo giro di frasi, non sempre del tutto perspicuo e facile da seguire. Ciò significa che il procedimento dimostrativo degli Stoici era assai vicino a quello utilizzato nella logica contemporanea, per quanto era reso possibile dalla mancanza di un linguaggio simboli-

co che rendesse più perspicui i passaggi effettuati.

Il periodo dei commentari.

E' questo l'ultimo periodo della storia della logica nella sua forma classica. Esso inizia con la fine dell'antica Stoa e termina con la morte di Severino Boezio (480-524). Dalle poche notizie che ne abbiamo possiamo evincere alcuni suoi caratteri, che convergono tutte nella sua mancanza di creatività: esso si distinse per il fatto di riprendere l'eredità logica classica e di rielaborarla, migliorandola nei dettagli e nella presentazione. Sono caratteristiche in tale periodo le grandi opere di commento, specie dei testi di Aristotele, nelle quali le dottrine logiche del passato vengono riesposte non più in modo problematico, ma sistematico e dogmatico; nonché l'accentuata tendenza al sincretismo, che porta all'integrazione delle due grandi tradizioni rivali (la peripatetica e la stoica), per cui spesso si applicavano metodi e formulazioni stoicomegariche alle idee di Aristotele.

Tra i logici del periodo che abbiano apportato qualcosa di nuovo, per quanto poco ciò sia, possiamo menzionare il noto medico **Galeno** (tipico esempio del sincretismo che cerca di unificare logica aristotelica e logica stoica) ed **Apuleio di Madaura**, entrambi del II secolo d.C.; Porfirio (fine del III sec.), celebre per aver composto una *Introduzione (Isagogê)* alle categorie aristoteliche nella quale sistematizza la dottrina dei predicabili differenziando genere, differenza specifica, specie, proprio e accidente e che avrà una profonda influenza nel medioevo (vedi sopra, a proposito di Aristotele); ed infine **Severino Boezio** nel VI sec., l'ultimo logico romano, che ha un'importanza considerevole sia per l'influenza sui posteri sia perché tramanda opere e dottrine altrimenti perdute, con ciò fissando per i secoli successivi il vocabolario logico di base in lingua latina. In particolare egli è il traduttore di tutto l'*Organon* (ad eccezione degli *Analitici secondi*), dell'*Isagogé* di Porfirio, fornendone abbondanti commentari, come anche delle *Categorie* e del *De interpretatione*. Per il suo ruolo, s'è sostenuto che Boezio fosse "l'ultimo dei Romani e il primo degli scolastici" (Grabmann), ed in effetti la sua figura rappresenta una sorta di cerniera tra antichità e medioevo, in quanto i filosofi medievali hanno a lungo conosciuto la logica aristotelica principalmente attraverso le sue traduzioni e i suoi testi.

Accanto a costoro possiamo porre i commentatori delle opere classiche, principalmente quelle di Aristotele: nel III sec. d.C. troviamo **Alessandro di Afrodisia**, uno dei più grandi commentatori dello Stagirita, del quale ne riprende abbastanza correttamente il pensiero; quindi **Giovanni Filopono** (VI-VII sec.) ed infine il celebre **Simplicio** (VI sec.), uno dei migliori commentatori di Aristotele. Dobbiamo ancora menzionare, più per il loro valore documentario, **Mario Vittorino** e **Marzia-**

no Capella, autore di un manuale di logica che costituì un'importante legame tra logica antica e medievale. Con la morte di Boezio comincia un periodo buio per la logica.

Non tutti gli autori menzionati rivestono grande importanza, pertanto accenniamo solo alle dottrine più significative, che esercitarono una certa influenza sulla logica medievale.

L'albero di Porfirio. Questa dottrina costituisce un compendio delle dottrine aristoteliche ed una loro sistematizzazione, rendendone in modo esplicito un aspetto che era scarsamente sviluppato e introducendo una concezione estensionale dei termini.

- Esso consiste in una gerarchia di successive articolazioni dei generi in specie loro subordinate, in modo tale che a partire dal genere sommo, mediante successive biforcazioni in rami, ad albero, si giunge all'individuo, così come viene semplificato dalla figura 12. La caratteristica di tale albero è il fatto che Porfirio concepisce i rapporti tra genere e specie *in maniera estensionale*, come fossero delle classi che comprendono come sottoinsieme altre classi; sicché egli non utilizza l'espressione aristotelica "il predicato appartiene al soggetto", ma che è *detto* del soggetto; ed afferma che il genere 'ingloba' la specie.
- Infine ricordiamo anche che Porfirio ha modificato la dottrina dei predicabili di Aristotele, sostituendo alla definizione la differenza ed aggiungendo la specie. Ma di ciò abbiamo già parlato.

L'uso di variabili. Alessandro di Afrodisia, nell'analizzare il quarto sillogismo della prima figura, opera la sostituzione delle lettere (che in Aristotele restavano fisse), facendo intendere che in tal modo le considera alla stregua di variabili. Ciò è ulteriormente comprovato da un suo brano nel quale afferma che l'uso fatto da Aristotele delle lettere è dovuto alla circostanza che egli vuole sostenere che le conclusioni sussistono non in virtù di ciò che in esse viene affermato, bensì della forma del sillogismo; per cui "le lettere dimostrano che la conclusione sarà tale sempre e universalmente e per ogni scelta della [materia]" (da Boche-ski, *op. cit.*, p. 184). In Boezio troviamo un ulteriore sviluppo di ciò con una distinzione abbastanza chiara tra forma e materia della proposizione, nel tentativo di pervenire ad una regola di sostituzione per le variabili proposizionali.

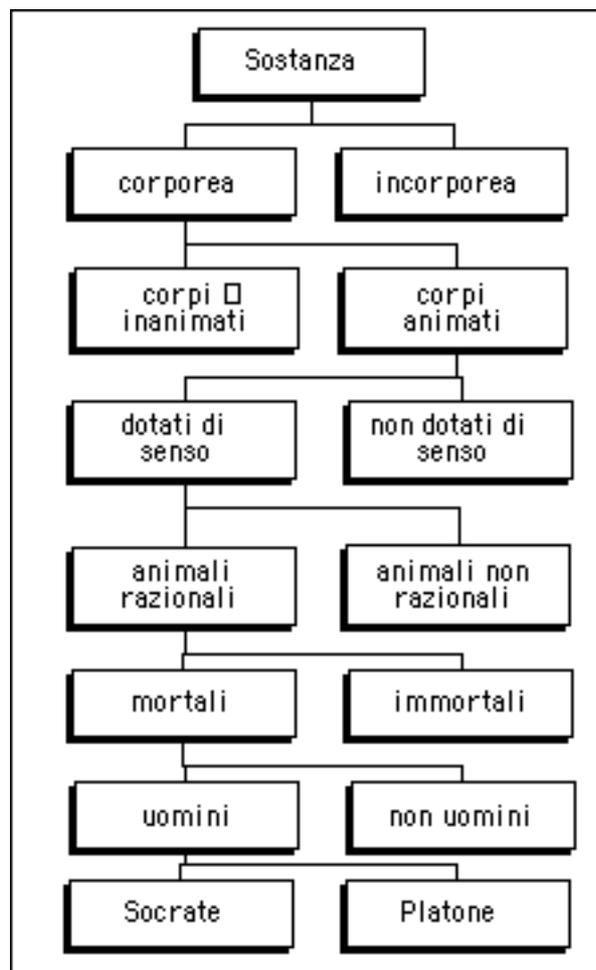


Figura 12 - L'albero di Porfirio . Esso è stato elaborato in base all'esempio riportato da Pietro Hispano in *Tractatus, Tr. De predicabilibus*, in *Medieval Philosophical Texts*, ed. by N. Kretzmann and E. Stump, vol. I, Cambridge univ. Press, Cambridge 1988, p. 83.

Il quadrato logico di Apuleio e Boezio. Apuleio, l'autore de *L'asino d'oro*, nella sua opera filosofica *De dogmata Platonis* studia il rapporto tra le proposizioni e le presenta secondo il quadrato logico; esso manca ancora dell'indicazione della subalternità tra proposizioni ed usa una terminologia diversa da quella poi in uso. Quest'ultima viene introdotta da Boezio che riprendendo il quadrato di Apuleio lo completa con l'aggiunta della subalternazione e con l'introduzione delle denominazioni poi rimaste classiche: proposizioni 'contraddittorie', 'contrarie', 'subcontrarie' e 'subalterne'.

Il *De syllogismo hypothetico* di Boezio. Nella sua opera *De syllogi-*

smo hypothetico Boezio dimostra una notevole dose di sincretismo, combinando una mentalità sostanzialmente aristotelica con nozioni tratte dagli Stoici, specie nel largo uso che egli fa dei sillogismi ipotetico-categorici. Ciò ha fatto sostenere a qualcuno che la sua sia una logica delle proposizioni. Oltre ad aver fornito per la prima volta un significato abbastanza preciso della somma logica o disgiunzione non esclusiva ('vel'), egli fornisce una lista di sillogismi ipotetici, tra i quali ritrova gli indimostrabili degli Stoici. Come dice il Blanché, le opere di logica di Boezio sono più laboriose che originali e la loro importanza sta meno nel loro contributo specifico che nelle informazioni che ci fornisce sulla logica antica e nel ruolo di transizione che han giocato nell'elaborazione della logica medievale (Blanché, *op. cit.*, p. 148).

LA LOGICA MEDIEVALE

Periodizzazione

A rigore occorrerebbe distinguere la logica medievale dalla logica scolastica: quest'ultima, infatti, inizia dal momento in cui viene insegnata nelle Scuole, ovvero le università, che nascono nel XII secolo. Tuttavia è invalso identificare la logica medievale con quella scolastica a ragione del fatto che solo in quest'ultima essa presenta caratteri di originalità, ricominciando a svilupparsi a partire dalle acquisizioni dell'antichità. Tuttavia è bene distinguere la logica medievale in tre periodi, secondo la periodizzazione stabilita dagli stessi medievali.

La logica (o ars) vetus. È questo un periodo di transizione e che non si distingue per particolare creatività. Essa culmina con la personalità di Abelardo. Il lavoro logico si caratterizza essenzialmente per essere una lettura, interpretazione e commento di testi del passato. È dunque importante stabilire quali siano questi testi:

- Nel periodo che tra la fine del VI sec. e la prima metà dell'XI, si ha una **biblioteca di testi** che costituiscono quella che si chiama la “logica antica” (*logica vetus*). I più importanti sono:
 - Le *Categorie* e il *De interpretatione* di Aristotele (tradotte da Boezio);
 - Un gruppo di testi antichi e tardoantichi, quali:
 - l'*Isagogé* di Porfirio (260/270 d.C.): trattato dedicato ai cinque ‘predicabili’ (genere, specie, differenza, proprio, accidente) e importante per il passo nel quale è introdotta la discussione sugli universali.
 - *Categoriae decem*, opera pseudo-agostiniana, dedicata anche ai temi delle *Categorie*.
 - Le opere di Boezio: due testi sui sillogismi categorici (*Introductio ad syllogismos categoricos*, *De syllogismis categoricis*), uno sui sillogismi ipotetici (*De divisione*), due testi sulla topica (*De differentiis topicis*, *In Ciceronis topica commentarium*), e i commenti all'*Isagoge*, alle *Categorie* e al *De interpretatione*.

La logica (o ars) nova. Comincia dopo Abelardo (nel 1150 circa) il periodo creativo e termina con la fine del XIII secolo. Esso è caratterizzato dall'assimilazione dei risultati antichi, grazie alla riscoperta delle opere sinora “dimenticate” di Aristotele, facenti parte dell'*Organon* (gli *Elenchi sofistici*, i *Topici*, gli *Analitici primi* e gli *Analitici secondi*). Vengono anche introdotte nuove tematiche, quale quella della “proprietà dei termini”; alla fine di questo periodo prendono forma gli elementi essenziali della logica scolastica. È questo il periodo dell'elaborazione che inizia con Guglielmo d'Ockham e termina alla fine del medioevo, caratterizzato per la discussione accurata e sottile dei problemi già posti

e che diede luogo ad una logica ed una semantica molto sviluppata.

La logica modernorum. Dopo la riscoperta di Aristotele e la sua assimilazione all'interno della teologia cristiana con Alberto Magno e Tommaso d'Aquino, viene a crearsi una frattura all'interno della *logica nova* tra coloro che avrebbero voluto mantenere la logica nell'orbita dell'aristotelismo, e quindi strettamente connessa alla sua problematica metafisica, riadattata in senso cristiano, e coloro che invece concepiscono la logica come un'arte autonoma, da coltivarsi per sé, indipendentemente dalle varie dottrine metafisiche che in essa potevano egualmente essere espresse. E' anche una separazione tra le facoltà di teologia e le facoltà delle arti; fra i 'teologi', che volevano riservare a se stessi l'interpretazione delle opere logiche aristoteliche nel timore che potessero risultare dannose per l'ortodossia, e gli 'artisti' (*magistri artium*) che criticavano gli 'antichi' in questa pretesa, autodefinendosi 'moderni'. Essi, pur dichiarandosi fedeli all'ortodossia, erano nondimeno desiderosi di svincolare la logica dalle controversie metafisiche e teologiche, per ricondurla sul piano del linguaggio, quale *scientia sermocinalis*, piuttosto che *de re*.

Caratteristiche generali

Le più importanti caratteristiche della forma medievale di logica sono le seguenti:

- “[...] una caratteristica fondamentale della logica medievale [è] la ricerca di un vocabolario tecnico fortemente specialistico, la cui apparente ‘artificialità’ corrisponde in realtà alla consapevole ricerca di una precisione teorica e terminologica percepita come indispensabile requisito degli studi logici” (G. Roncaglia, *Logica nuova e logica dei moderni*, in *Storia della filosofia*, a cura di P. Rossi e C.A. Viano, vol. 2, *Il Medioevo*, Laterza, Bari 1994, p. 290).
- I problemi trattati in particolare dagli scolastici possono essere ripartiti in due diverse classi: da una parte si ha la continuazione di quelli antichi, aristotelici e megarico-stoici (sillogistica categorica e modale, sillogismi ipotetici ecc.); dall'altro si ha l'affermazione di problemi nuovi o talmente rinnovati nel modo di trattarli da essere irriconoscibili rispetto a quelli vecchi, come ad esempio le dottrine delle “proprietà dei termini”, della supposizione, copulazione, appellazione e ampliamento, delle conseguenze e la problematica degli insolubili.
- La posizione stessa della logica nel sistema dell'insegnamento medievale, come una delle arti del trivio (insieme a retorica e grammatica), ne manifesta la stretta connessione con la lingua, che ovviamente è il latino. Questo veniva visto come la lingua fondamentale, solo nella quale è possibile pensare scientificamente. Pertanto la logica medievale si basa essenzialmente su una analisi del latino scientifico, considerato non come un idioma fra gli altri, ma come il linguaggio per-

venuto al suo più alto grado di razionalità e perfezione. Diversamente dalla logica contemporanea, che costruisce un linguaggio artificiale che si affranca dalle caratteristiche e dalle imperfezioni delle lingue naturali, invece i medievali si appoggiano ad una particolare lingua naturale per ricavarne, mediante un lavoro di analisi ed interpretazione, le strutture logiche ritenute universali.

- Le trattazioni hanno in genere un andamento nuovo, essenzialmente metalogico: le formule non vengono esibite ma descritte, sicché spesso non viene adoperata nessuna variabile del linguaggio oggetto. Così, invece di enunciare i sillogismi come leggi, secondo la tecnica impiegata da Aristotele, i medievali descrivono quali siano le regole per costruire un sillogismo corretto. Aristotele enunciava il sillogismo BARBARA come una legge: “Se **A** appartiene ad ogni **B** e **B** ad ogni **C**, allora **A** appartiene a ogni **C**”; i medievali invece si esprimevano nel seguente modo: “Ogni sillogismo avente la forma ‘ogni **A** è **B**, ogni **C** è **A**, allora ogni **C** è **B**’ è valido”

La logica vetus

Possiamo identificare alcuni caratteri generali, i temi maggiormente diffusi e le personalità più significative appartenenti all’*ars vetus*.

Innanzitutto notiamo l’influenza della tradizione grammaticale latina e lo strettissimo legame della riflessione logica con la teologia.

- Tale legame con la grammatica è alla base delle *Etymologiae* di **Isidoro** (?-636), opera poco significativa dal punto di vista logico e che qui menzioniamo solo perché in essa viene esposta la concezione di uno stretto isomorfismo fra linguaggio e realtà, per cui lo studio etimologico del lessico è una chiave di accesso alla conoscenza delle cose. E’ questa un’impostazione neoplatonica, per la quale i nomi esprimerebbero direttamente l’essenza delle cose.
- Sulla stessa lunghezza d’onda platonizzante si muove anche **Prisciano**, che intende il nome come significante la sostanza e la qualità, alla luce della dottrina boeziana della partecipazione: le sostanze sensibili partecipano di un sostrato (*id quod est*) a una forma (*esse*, o *quo est* – ciò per cui una cosa è quello che è) che ne determina l’essenza. Nel XII secolo teorie semantiche analoghe saranno sviluppate da Alano di Lilla e Gilberto Porretano.
- La tesi di Prisciano (per cui ogni nome significa *insieme* una sostanza e una qualità) non è congruente con la tesi aristotelica secondo cui alcuni nomi derivati (“paronimi” o “denominativi”) significano solo una qualità. Ad es. il termine “bianco” è derivato, per Aristotele, dal termine astratto “bianchezza”, che appartiene alla categoria della qualità e non è quindi una sostanza; pertanto indica solo una qualità. Invece per Prisciano “bianco” indica sia la sostanza (avrebbe cioè un significato concreto) sia la forma (avrebbe anche un significato astratto). Altro esempio: il termine *grammaticus* per Prisciano

designa sia una sostanza (l'uomo), sia la qualità di cui essa partecipa (la grammatica), mentre per Aristotele designerebbe solo la qualità. Quale il rapporto tra questi due tipi di significato e quale di essi è prioritario?

- **Anselmo d'Aosta** elabora una soluzione basata sulla differenza tra la funzione significativa (*significatio*) e quella appellativa (*appellatio*) del termine. Le due funzioni possono coincidere o no. Nel caso di "uomo" coincidono in quanto la sostanza uomo è sia significativa che appellativa. Nel caso di un termine derivato come *grammaticus*, ad essere significativa primariamente (per sé) è la qualità della grammatica, mentre solo indirettamente (per altro) è appellato l'uomo. E ciò vale per tutti gli aggettivi. Pertanto nel caso di conflitto tra i due significati, Anselmo dà il ruolo principale alla forma piuttosto che alla sostanza.
- In modo analogo si comporta Abelardo e la maggior parte degli autori fra il sec. XII e XIII.

Il periodo della *logica vetus* è dominato dalla figura di **Pietro Abelardo** (1079-1142) con la sua opera principale nel campo logico, la *Dialectica*, ispirata all'insegnamento di Boezio. La sillogistica vi occupa un posto poco rilevante e la sua aspirazione principale è di liberare la logica dalle interpretazioni metafisiche neoplatoniche per affermarne la natura di scienza razionale, eminentemente teorica e priva di implicazioni pratiche; da ciò la sua opposizione al realismo degli universali (vedi dopo). Altri suoi significativi contributi logici sono:

- La precisazione della **nozione di copula**: la funzione del verbo essere è quella di assicurare la *copulatio* tra soggetto e predicato, in modo da permettere la formazione di una proposizione; per cui è indispensabile distinguere tra questo senso copulativo del verbo essere e il suo senso esistenziale: quando si afferma "Socrate è", il verbo essere ha una duplice funzione quella di copula e quella di predicato, per cui significa "è esistente". Egli intende la copula come un segno di identità, anche se a volte ne accetta l'interpretazione esistenziale.
- Troviamo inoltre in Abelardo accennati i temi che avranno poi maggior eco nella logica scolastica, quali quelli della *suppositio* e delle *consequentiae*.
- Abelardo distingue il modo differente in cui può avvenire la **negazione**, per cui è diverso negare un'intera ipotetica "se A allora B" o una sola della sue clausole; in questo secondo caso non si ottiene la negazione dell'ipotetica, bensì una nuova proposizione.
- Abelardo individua, accanto alla **disgiunzione** forte, anche quella debole, per cui introduce un'equivalenza nella quale usa il *vel* debole: o l'uno o l'altro o tutti e due.
- Precisa il significato di *consequentia* fornito da Boezio, per cui essa significa proposizione condizionale ("se...allora") e riscopre il *modus ponens* ed il *modus tollens*.

Gli universali. Una dei temi più significativi di questo periodo è la nascita della questione degli universali, che interesserà a lungo la filosofia medievale. Esso non è un tema squisitamente logico, ma soprattutto metafisico in quanto concerne il modo in cui bisogna intendere le sostanze seconde ed i generi. Essa ha tuttavia anche un aspetto logico-semanticamente in quanto, riallacciandosi al problema della predicazione, riguarda il si-

gnificato che bisogna attribuire ai termini generali. Tale problematica nasce da un passo dell'*Isagogé* di Porfirio, nel quale egli cerca di enucleare le varie possibilità interpretative dell'ambiguo concetto aristotelico di "sostanza seconda" e in tal modo consegna ai posteri i termini di un problema del quale egli non fornisce la soluzione:

"E anzitutto, per ciò che riguarda i generi e le specie, io eviterò di ricercare se esistono di per sè, ovvero se esistano soltanto come pure nozioni dello spirito; e - ammettendo che esistano di per sè - se appartengano alle cose corporee o incorporee; e infine se abbiano esistenza separata ovvero solo nelle cose sensibili... E' una questione troppo profonda che esigerebbe uno studio differente da questo e troppo esteso" (cit. in Enriques, *Per la storia della logica* (1922), Zanichelli, Bologna 1987, p. 48).

Le domande che si pone Porfirio sono in sostanza tre e nascono tutte dalla dottrina aristotelica per la quale la sostanza universale unica (ad es. la 'umanità') è immanente nei singoli individui. Infatti:

- 1 – Questi *universalia* esistono *ante rem*? Cioè sono essi, come le idee platoniche, delle *essenze* che esistono per se stesse, separate dagli individui nei quali si realizzano, quali modelli di cui le cose sensibili sono solo delle copie?
- 2 – Esistono *in re*, come sosteneva Aristotele, cioè negli individui, dai quali il nostro intelletto li estrae idealmente grazie ad un'opera di astrazione?
- 3 – Oppure esistono solo *post rem*, cioè essi non hanno altra esistenza se non quella fornita dal nostro intelletto che li produce come "idee generali"?

A queste tre possibili risposte contemplate da Porfirio poi se ne aggiungerà un'altra, più radicale, per la quale bisogna del tutto escludere gli universali dal pensiero, anche come idee generali, per riconoscere la generalità solo alle parole che hanno il potere di rinviarci ad una pluralità di individui.

- La risposta di Boezio, che tradusse Porfirio, consisteva nel ritenere che gli universali sono insieme *subsistentia* (cioè esistono nelle cose) e *intellecta* (esistono anche nella loro universalità nell'intelletto): la base di questo duplice carattere sta nella somiglianza tra gli enti, ad un tempo singolari e suscettibili di universalità grazie all'operazione dell'intelletto. Ne segue che gli universali sono incorporei non per natura, ma per astrazione e che esistono sia nelle cose sensibili che fuori di esse. Tale abbozzo di soluzione rimase però senza seguito.

Intorno a queste quattro possibili risposte si dislocheranno le posizioni dei metafisici e logici medievali, che si è soliti classificare rispettivamente in quattro diverse tesi:

- Il *realismo estremo*, per il quale ci sono concetti universali cui corrispondono delle realtà pure universali; è la posizione estrema del platonismo, particolarmente viva nei secoli dal IX al XII, per cui gli universali esistono *ante rem*. Se posta da un punto di vista semantico,

ciò significa che il significato di un termine ha un denotato inteso in senso ontologico: il termine 'uomo' denota l'uomo in sé, concepito come un individuo a sé stante, come una idea nella mente di Dio.

- E' questa la posizione di **Guglielmo di Champeaux** che cercava così ad un tempo di salvare sia l'unità della sostanza immanente nei diversi individui, sia la pluralità di questi ultimi. Ma la difficoltà stava nel capire quale fosse la relazione tra l'universalità della sostanza (della 'animalità'), necessariamente unica, e la accidentalità che rende le specie appartenenti al genere numericamente diversi (l'animale razionale è diverso da quello non razionale; Socrate è diverso da Platone all'interno della stessa sostanza 'umana', ecc.). Altri sostenitori di tale posizione furono Remigio d'Auxerre (841-908 ca) e Fredegiso, successore di Alcuino (IX sec.).
- Il *realismo moderato* o concettualismo realistico: ci sono concetti universali ed hanno valore, ma la realtà è fatta di individui nei quali si realizza il significato dei concetti universali. Gli universali sono *post rem*, ossia esistono nella nostra mente in seguito ad un'operazione psicologica d'astrazione
 - E' questa la posizione di **Abelardo**, che la opponeva a quella di Guglielmo di Champeaux. Partito da posizioni nominaliste mutuata dal maestro **Roscelino**, Abelardo in seguito elabora la teoria del *sermo*. Il *sermo* non ha né realtà fisica (non è *vox*), né psicologica (cioè non è una immagine), né grammaticale (quale parola pensata), ma puramente logica: è una creazione degli uomini, una funzione dello spirito, una attività della ragione. Gli universali sono così *sermones*, prodotti dell'intelletto e quindi concetti ricavati dalle cose per *astrazione*; in tal modo egli valorizza la funzione *significativa* dei nomi a discapito di quella puramente appellativa: il nome viene convenzionalmente imposto alle cose non solo allo scopo di 'nominarle', bensì di 'significarle' con l'esprimerne la nozione astratta o 'concetto'. Tuttavia tali concetti hanno un corrispettivo oggettivo, un elemento che corrisponde loro *ex parte rei*. I diversi uomini convengono in una *communis causa*: pur essendo essi tutti diversi per quanto concerne la loro essenza individuale, tuttavia hanno in comune l'essere uomini; convenienza quindi di pura somiglianza, ma convenienza in un elemento reale. Egli introduce la nozione di *status*: gli uomini convengono nel loro *status* di essere uomini. Pertanto lo *status* indica che l'universale è reale in quanto elemento non unico, ma di pura somiglianza tra le note *reali* di cose ed enti individuali: *In esse homines Socrates et Plato similes sunt*.
 - In seguito la posizione del realismo moderato si affermò nel XII-XIII secolo con la rivalutazione del pensiero aristotelico. Il suo principale esponente fu **Tommaso d'Aquino**, che cercherà di conciliare le tesi opposte della dottrina 'antica' con quella 'moderna': se il nominalismo moderato ha ragione nell'affermare che gli universali sono *post rem* (perché concetti astratti dalla realtà), ha tuttavia torto nel ritenere che non esistono affatto *in re*. Richiamandosi ad Aristotele, Tommaso concepisce la realtà come composta di materia (particolare) e forma (universale), per cui il nostro intelletto coglie, anche se in modo inadeguato quest'ultima, che è presente in individui sempre particolari. Onde la formula nella quale si riassume la posizione del realismo moderato: gli universali sono *post rem, cum fundamento in re*.
- Il *concettualismo* o nominalismo moderato: esistono concetti universali cui non corrisponde alcuna realtà e quindi sono privi di valore.

- Questa posizione si afferma nel sec. XIV con **Ockham** parallelamente alla riconquistata autonomia della logica dalle questioni metafisiche. Distinguendola dalla fisica e dalla metafisica, intese come scienze reali in quanto in esse ci si pone il problema della esistenza o non esistenza delle cose indagate, la logica viene intesa come sapere puramente formale che indaga non sulla realtà dei termini da essa impiegati, ma sul loro funzionamento. Essa pertanto pertiene non alla *res*, bensì ai *termini* del discorso (nomi, forme di ragionamento ecc.), sicché la questione degli universali viene vista all'interno del problema della predicazione e quindi risolta in senso nominalistico. Ma di ciò parleremo a proposito di Ockham.
- Il *nominalismo radicale*: esistono solo individui irrimediabilmente individuali per cui è impossibile da essi ricavare dei concetti universali. Gli universali sono solo puri nomi, *flatus vocis*.
- E' la posizione del maestro di Abelardo, **Roscellino** (XI sec.), per il quale la funzione del nome è appunto quella di essere predicato di più enti che non hanno niente in comune se non il loro essere designati da esso.

La logica nova

La *logica nova* è caratterizzata dal recupero del *corpus* aristotelico, per il cui completo assorbimento bisognerà aspettare la fine del sec. XII, grazie anche al contributo arabo. In particolare sono acquisiti alla cultura del tempo:

- gli *Elenchi sofisticati*, i *Topici* e e gli *Analitici primi*, nella traduzione di Boezio, che cominciano ad essere utilizzati attorno al 1120;
- gli *Analitici secondi*, nella trad. di Giacomo Veneto, tra il 1125 e il 1145, per i quali è importante il contributo arabo, in particolare di Avicenna, che introdusse la distinzione fra prime e seconde intenzioni.
 - *Prime intenzioni* sono le rappresentazioni dirette degli oggetti della realtà ('uomo'); *seconde intenzioni* sono le rappresentazioni che l'intelletto produce riflettendo sulle proprie operazioni conoscitive e organizzandone il risultato, guidato dalle similitudini e dalle differenze (ad es., 'specie').

Tra le metà del XII e la prima metà del XIII sec. sono al centro dell'interesse le proprietà dei termini, in ciò spinti dall'esigenza dell'interpretazione della Sacre Scritture e quindi dalla necessità di distinguere le varie accezioni (*equivocatio*) con cui si utilizzano i vari termini, in modo da spiegarne le apparenti contraddizioni.

1. Le "*proprietates terminorum*"

A partire dall'XI secolo, con la scuola di Chartres, cominciò a crescere l'interesse per le questioni logico-semantiche e sintattiche; divenne in particolare uno dei principali temi d'interesse della logica a partire dalla metà del secolo XII lo studio delle *proprietates terminorum*, che si pre-

figge di approfondire il nesso tra linguaggio, pensiero e realtà mediante un'accurata analisi logico-semantiche dei termini che entrano a far parte della proposizione. Caratteristica di questo studio è l'affermarsi di quello che è stato definito "approccio contestuale", secondo il quale i termini vanno studiati nel contesto della proposizione, che viene considerata l'unità significativa fondamentale del discorso. La teoria delle *proprietas terminorum* si propone di chiarire la funzione che hanno i termini, cioè il soggetto e il predicato della proposizione, dei quali vengono esaminate le proprietà fondamentali, che sono la *significatio* (ovvero, il significato in senso stretto, connotativo), la *praesentatio* (o immagine mentale) l'*appellatio* (o denotazione), la *copulatio* (o predicabilità), l'*ampliatio* e *restrictio* (relative all'applicabilità del termine), la *distributio* (la quantificazione) e, più importante di tutte, la *suppositio* (cioè, il significato denotativo), la più celebre dottrina del periodo.

La dottrina della *distributio terminorum*. Insieme alla dottrina della *suppositio* (vedi appresso), la dottrina della distribuzione dei termini è quella parte dello studio delle *proprietas terminorum* che è resistita sino all'epoca moderna. Essa è stata dapprima abbozzata da Pietro Ispano e quindi riferita dallo pseudo-Scoto ai termini del sillogismo allo scopo di individuare le regole che potessero permettere di effettuare le inferenze corrette.

Si afferma che un termine è 'distribuito' (o che una proposizione 'distribuisce' il soggetto o il predicato) quando esso si riferisce a tutti i membri della classe da esso denotata. Così, ad esempio, nella proposizione "tutti gli italiani sono patriottici", il termine 'italiani' è distribuito in quanto ci si riferisce a tutti i membri della classe degli italiani. Ma il termine 'patriottici' non è distribuito, in quanto non ci si riferisce alla classe di tutte le persone patriottiche (ci sono più persone patriottiche di quanti siano gli italiani). Nella proposizione "alcuni italiani sono patriottici", il termine 'italiani' non è distribuito perché esso si riferisce solo a una parte della classe degli italiani. Analogamente il predicato 'patriottici' non è distribuito.

La situazione può in sintesi essere rappresentata dalla seguente tabella XV:

Tipo di proposizione	Soggetto	Predicato
A	distribuito	non distribuito
E	distribuito	distribuito
I	non distribuito	non distribuito
O	non distribuito	distribuito

Tabella XV - Distribuzione dei termini. Le proposizioni sono classificate come universale affermativa (A), universale negativa (E), particolare affermativa (I) e particolare negativa (O).

Distinzione tra le parti categorematiche e sincategorematiche della proposizione. Questa distinzione risale già all'antichità (il termine *syncategoramatica* è di probabile origine stoica) e si è sviluppata allo scopo di risolvere le fallacie linguistiche e gli apparenti paradossi (i *sophismata*) che possono minacciare l'argomentazione sillogistica. Essa ha una base grammaticale e consiste nel differenziare le parti che all'interno della proposizione hanno un significato autonomo (sono quelle categorematiche, come i nomi e i verbi) da quelle che invece non lo hanno, ma servono per modificare o completare il significato delle prime (sono le parti sincategorematiche, come ad esempio la negazione, la congiunzione e la quantificazione). E' chiaro che i *syncategoremata* sono le costanti logiche contemporanee, anche se i medievali annoveravano tra essi espressioni grammaticali che oggi non rientrano tra le costanti logiche (come, ad es., 'eccetto', 'oltre', 'in quanto', 'entrambi', ecc., per complessivamente più di 50 parole). Ad aver impostato la propria logica su tale distinzione è stato **Guglielmo d'Ockham**, con ciò riducendo il problema degli universali a una questione di sintassi logica ed introducendo la teoria dei quantificatori come operatori o funtori logici (*officiales*), passando da una concezione semantica ad una sintattica della *suppositio* (vedi dopo); si libera così la logica da ogni riferimento fattuale. Ecco come pone la questione **Alberto di Sassonia**, allievo di Ockham ed autore forse del miglior trattato di logica medievale (*Perutilis logica*) in un approccio puramente proposizionale della logica:

“Un termine categorematico è un termine che, assunto nella sua funzione significativa, può essere soggetto o predicato, o parte del soggetto o parte del predicato distribuito, in una proposizione categorica. Ad esempio ‘uomo’, ‘animale’, ‘pietra’. Si dicono termini categorematici in quanto hanno un significato limitato e determinato. Al contrario un termine sincategorematico è un termine che, preso nella sua funzione significativa, non può essere soggetto o predicato, e neppure parte del soggetto o parte del predicato distribuito, in una proposizione categorica. Ad esempio ‘ogni’, ‘nessuno’, ‘qualche’, ecc., che vengono detti segni di universalità o di particolarità. Allo stesso modo anche le negazioni, ad esempio ‘non’, le congiunzioni come ‘e’, le disgiunzioni come ‘o’, le proposizioni esclu-

sive o eccettuative come ‘salvo’, ‘soltanto’, ecc., che sono tutte termini sincategorematici .”

(Da P. Simondo, *Ars vetus e ars modernorum*.
Il pensiero logico medievale, SEI, Torino 1976, pp. 32-3)

Come ha notato Blanché (*op. cit.*, pp. 179-80), è significativo in tale brano l’affermazione che i termini sincategorematici non solo non possono essere né soggetti né predicati, ma anche non fanno parte né del soggetto né del predicato. Così nella proposizione “ogni uomo corre”, se consideriamo ‘ogni’ come facente parte del soggetto, allora la proposizione “qualche uomo non corre” non ha lo stesso soggetto della prima e di conseguenza queste due proposizioni non sono contraddittorie; il che è falso. Per cui le parole ‘ogni’ e ‘qualche’ rivestono solo la funzione di modificare il soggetto, distinguendosi da esso.

E’ anche importante che Alberto di Sassonia precisi che un termine sincategorematico deve essere preso nella sua “funzione significativa”; infatti i termini ‘e’, ‘non’ possono essere anche intesi ‘materialmente’, quali semplici parole ed in tal caso fungere da soggetto o predicato di una proposizione come “‘et’ è una congiunzione copulativa”.

- Si deve anche notare il fatto che per i medievali un singolo termine può avere un *uso sincategorematico* ed un *uso categoramatico*. Ad es. il quantificatore universale ‘tutti’ (*omnes*) può essere usato in modo pronominale, come quando affermo “*omnes currunt*” (“*tutti corrono*”), ed in questo caso ha un significato categoramatico in quanto è usato per sostituire dei nomi; oppure possiamo dire “*omnis homo currit*” ed in questo caso ha la funzione di un semplice quantificatore, cioè ha significato sincategorematico. Nella logica contemporanea, invece, non è ammesso tale duplice significato del quantificatore ‘ogni’ o ‘tutti’, in quanto esso ha un uso solo sincategorematico, per cui le due espressioni vengono rese rispettivamente con $\forall xP(x)$ (= per ogni x , x ha la proprietà P , ad es. ‘correre’) e $\forall x(Px \supset Qx)$ (= per ogni x , se x ha la proprietà P , allora x ha la proprietà C , ad es. per un qualsiasi ente, se esso è un uomo allora esso corre).

Per i medievali questa distinzione ha una grande importanza, a cui dedicano appositi trattati (come quelli di Guglielmo di Shyreswood, di Nicola di Parigi e di Enrico di Ghent), in quanto ritenevano che essa fosse fondamentale per la stessa idea di una logica formale, permettendo la separazione nel discorso della forma dalla materia.

Ciò significa che accanto ai sillogismi, gli autori medievali studiano le cosiddette *consequentiae*, ovvero ragionamenti la cui verità è stabilita mediante la sola analisi dei sincategoremi che vi compaiono e della verità o falsità delle proposizioni componenti. Si è visto in questa tematica un’anticipazione della logica proposizionale contemporanea.

- Altro modo di identificare il carattere della logica formale consisteva nell’utilizzo della distinzione tra le “prime intenzioni” e le “secondo intenzioni”, che abbiamo visto era stata introdotta da Avicenna. Infatti per un certo numero di autori medievali (Tommaso d’Aquino, Guglielmo d’Ockham e Alberto di Sassonia) la logica è la scienza delle “secondo intenzioni”, cioè delle cose concepite ‘secondariamente’, che appartengono al campo dell’essere pensato e sono perciò i *lecta*.

Specie in Ockham le seconde intenzioni sono concepite come ‘segni’, il che fa pensare che la logica fosse concepita come una scienza costruita interamente in un metalinguaggio. Tuttavia questa caratterizzazione non permette una definizione della logica come scienza distinta dalle altre, in quanto ogni scienza è esprimibile in un metalinguaggio. Ecco perché in effetti si preferì maggiormente caratterizzarla mediante la distinzione tra *categorematica* e *syncategorematica*.

2. La dottrina della ‘*suppositio*’.

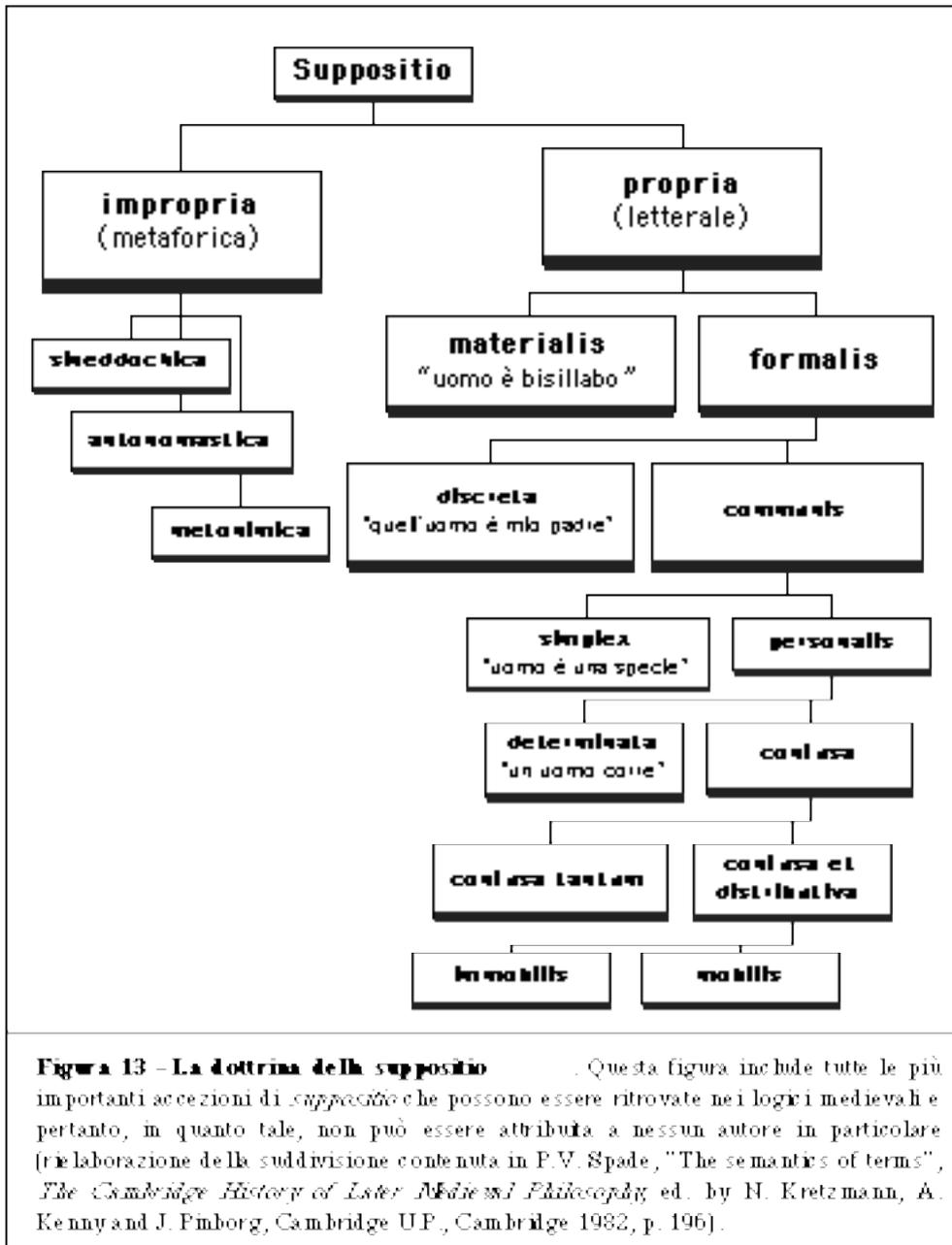
La discussione sulle *proprietates terminorum* va sempre più spostando nel corso del XIII secolo la propria attenzione verso una delle proprietà: quella della *suppositio*. Certamente questa è la più celebre delle teorie elaborate dai logici medievali e costituisce una delle più originali creazioni della scolastica, sconosciuta sia alla logica antica che a quella moderna. La *suppositio* è una delle proprietà dei termini categorematici e la sua introduzione risale alla seconda metà del XII secolo; intorno alla metà del XIII si ha una sua accettazione generale, sì da comparire già consolidata nei trattati di Guglielmo di Shyreswood, Lamberto di Auxerre e Pietro Ispano, per ulteriormente svilupparsi in tutti i suoi dettagli nella scolastica matura (specie con Ockham). Essa ha un’origine sintattico-grammaticale: infatti il soggetto della proposizione ‘suppone’, cioè sta per, qualcos’altro (ad es., sta per l’oggetto esterno denotato); inoltre essa assume col tempo un carattere sempre più proposizionale, mirando ad una definizione intraproposizionale del significato dei termini, piuttosto che al loro significato ‘naturale’, posseduto da ogni singolo termine di per sé, come una sorta di natura fissa, avulso dalla proposizione.

La teoria della *suppositio* è molto complessa e presenta diverse articolazioni e sfumature a seconda degli autori, a cominciare dal primo che ne diede una trattazione adeguata, Guglielmo di Shyreswood. In seguito essa fu elaborata (tra i maggiori) da Pietro Ispano, Lamberto di Auxerre, Guglielmo d’Ockham e Walter Burleigh. Le articolazioni più importanti della dottrina della *suppositio* si possono riassumere nella distinzione tra *suppositio materialis*, *suppositio personalis*, *suppositio simplex* (se si accetta una posizione realista) e *suppositio communis* (se invece si è nominalisti). Ad esempio, la *suppositio* di uomo è *materialis* se mi riferisco alla parola ‘uomo’ (ad es. ‘uomo’ è bisillabo); è *personalis* se con la parola ‘uomo’ mi riferisco all’oggetto da essa designato, in modo estensionale (o distributivo); è *simplex* se con ‘uomo’ mi riferisco al concetto di esso, cioè alla specie o essenza dell’uomo (che, coerentemente all’impostazione aristotelica, viene colta nel concetto); è *communis*, se con ‘uomo’ mi riferisco a quanto è comune a tutti gli uomini (e non alla loro essenza come qualcosa di esistente *in re*).

- Per quanto concerne il valore della teoria delle supposizioni rispetto alla logica contemporanea ci sembra ancora valido il giudizio di Blanché (*op. cit.*, pp. 182-3), che concorda d’altra parte con quello di Boehner (*Medieval Logic*, pp. 28-9) e Boche_ski (*op. cit.*, pp. 229-30): “Questa teoria delle supposizioni oggi ci pa-

re desueta. Sta di fatto che non ha più ragione di essere dopo la creazione delle lingue simboliche moderne, svincolate dalla contingenza delle lingue naturali e aderenti più esattamente possibile alle esigenze del pensiero logico. Quando invece l'analisi logica opera su una lingua come il latino, la cui sintassi estremamente complessa non coincide se non parzialmente con la sintassi logica del pensiero, diviene indispensabile, per costruire una logica formale in cui [non] si corra il rischio di essere tratti in inganno da somiglianze o differenze fallaci nelle forme grammaticali, analizzare queste ultime per armonizzarle con le forme logiche che esse dovrebbero esprimere, introdurre accostamenti o distinzioni, operare divisioni e suddivisioni, in breve racchiuderle in una nuova sistemazione concettuale. [...] La teoria delle supposizioni consentiva di assolvere, tra le altre, la funzione che oggi assegniamo alla teoria dei livelli del linguaggio, livelli che segniamo semplicemente con differenze di scrittura, mettendo tra virgolette il termine o l'espressione impiegata in maniera autonoma, prendendo i nostri simboli da alfabeti diversi per questi procedimenti". Così, ad es., per distinguere la supposizione formale da quella materiale nell'espressione *homo est nomen*, basta scrivere rispettivamente "*homo est nomen*" e "'*homo*' est nomen", così come abbiamo già fatto nel corso del testo.

Senza seguire tale dottrina in tutte le sue sfumature, possiamo darne una più analitica descrizione mediante la figura 13.



Seguendo tale figura possiamo indicare il significato di ciascuna delle sue articolazioni.

- *Suppositio impropria* e *suppositio propria*. La prima occorre quando un termine viene usato in modo improprio, ad es. nel suo senso metaforico o in modo figurato; infatti per i medievali ogni termine categorematico significa in ultima istanza qualcosa di extramentale (come quest'ultimo sia poi da intendere varia a seconda che si opti per una posizione nominalista o realista) e quindi non si deve confondere questo col significato metaforico che esso potrebbe assumere; ciò allo scopo di evitare le equivocazioni che potrebbero nascere

quando si intendano in senso letterale delle espressioni metaforiche, specie nell'interpretazione dei testi delle *auctoritates*. La supposizione impropria può avere ulteriori forme, come ad es. l'antonomastica, la sineddochica e la metonimica.

- La supposizione impropria è *antonomastica* quando il termine si riferisce ad una persona o cosa che viene denominata da essa per 'antonomasia', come quando ad es. si dice "il Filosofo nega questo", intendendo per Filosofo Aristotele, così come si faceva nel medioevo. Nella *sineddoche* un termine indicante la parte suppone per il tutto ("ritornare al proprio focolare", dove 'focolare' sta per 'casa'). Nella *metonimia* ciò che contiene suppone il contenuto ("bere una bottiglia di vino") (cf. Ockham, *Logica dei termini*, I, 77).
- *Suppositio materialis* – quando il termine si riferisce a un'entità linguistica, come nel caso "‘uomo’ è bisillabo". In questo caso il termine si riferisce a se stesso; oggi diciamo che esso viene preso in accezione 'autonima'.
- *Suppositio formalis* – quando invece il termine si riferisce alla cosa stessa, cioè 'sta per' il suo denotato reale, la realtà extramentale cui si riferisce, come quando si dice "l'uomo è un bipede". Questa a sua volta si divide in
- *Suppositio discreta* – è tipica dei nomi propri e dei pronomi e frasi dimostrative e si riferisce a un particolare ente individuale: "quell'uomo è mio padre" o "Platone è un filosofo".
- *Suppositio communis* – ogni supposizione che non è discreta, cioè che si riferisca non ad un singolo individuo, ma ad una loro molteplicità: "quegli uomini sono alti", "i Greci sono valorosi".
- *Suppositio simplex* – quando il termine si riferisce al contenuto di un concetto, cioè suppone per un universale (oggi si dice che il riferimento ha natura 'intensionale'), come nel caso "uomo è una specie". In questo caso il termine 'uomo' rappresenta il concetto di 'uomo', che è una specie in quanto è predicabile di molti individui, e non si riferisce a questo o quell'uomo (non possiamo dire "quest'uomo è una specie"). In altre parole si potrebbe dire che nella *suppositio simplex* "il termine è inteso nella sua comprensione ovvero come riferentesi alle note caratteristiche degli elementi della classe da lui designata" (G. Boniolo - P. Vidali, *Filosofia della scienza*, cit., p. 58).
- *Suppositio personalis* – quando il termine sta per la realtà extramentale cui si riferisce (cioè è inteso nella sua estensione, ovvero rimanda ai termini della classe da lui designata); ad es. è il caso del termine 'uomo' nella proposizione "l'uomo è un bipede", che equivale a dire che ogni uomo è bipede.
- *Suppositio determinata* - se il termine si indirizza verso un oggetto particolare e individuato (caso dei nomi propri, come 'Platone', in "Platone è un filosofo" o quando dico "un uomo è alla porta").

- Ockham, ad esempio, definisce tale *suppositio* mediante la tecnica che egli chiama del *descensus ad inferiora*, consistente nell'effettuare un'inferenza da un termine più generale ad uno più particolare:

“La supposizione è determinata quando è possibile discendere ai particolari attraverso una proposizione disgiuntiva; come si può inferire: “un uomo corre; quindi quest'uomo corre o quell'uomo corre”, e così via dei singoli individui. E allora si chiama determinata perché, grazie ad essa, è denotato che una tale proposizione è vera in ragione di una proposizione singolare determinata corrispondente; e questa proposizione singolare determinata da sola, senza che sia vera qualche altra proposizione singolare corrispondente, è sufficiente per rendere vera tale proposizione.” (Ockham, *Logica dei termini*, I, 70)

Consideriamo ad es. la proposizione “Alcuni uomini sono bianchi”; questa può essere espressa mediante la disgiunzione di una serie di proposizioni quali “quest'uomo è bianco” o “quell'uomo è bianco” ecc. Simbolicamente si dice oggi che esiste la seguente equivalenza:

$$\Box xP(x) \equiv P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \dots \wedge P(a_n)$$

per cui basta che uno dei termini sia vero per rendere vera tutta la congiunzione. In questo caso, per Ockham, x ha una *suppositio determinata*, in quanto esiste almeno un individuo che è un uomo ed è bianco.

- *suppositio confusa* - per questa esistono ampie divergenze tra i logici medievali. La sua più chiara e completa spiegazione è fornita da Ockham che la definisce negativamente rispetto alla supposizione determinata e ne rende il significato positivo mediante le sue ulteriori suddivisioni, “in supposizione puramente confusa” e “supposizione confusa distributiva”
- La *suppositio confusa tantum* (puramente o solo confusa) viene definita in tali termini:

“Si ha una supposizione personale solo confusa quando un termine comune suppone personalmente e non è possibile discendere ai singolari attraverso una proposizione disgiuntiva, senza alcuna modificazione da parte dell'altro estremo, ma solo attraverso una proposizione dal predicato disgiunto, ed è possibile inferirla da qualunque singolare. Per esempio nella proposizione “ogni uomo è un animale” il termine ‘animale’ suppone solo in modo confuso, perché non è possibile discendere dal termine ‘animale’ ai suoi contenuti attraverso una disgiunzione di contenuti; perché non si può inferire “ogni uomo è un animale, allora ogni uomo è questo animale o ogni uomo è quell'animale, o ogni uomo è quell'altro animale”, e così via di ciascun singolare. Ma si può discendere correttamente a una proposizione il cui predicato è una disgiunzione dei singolari, perché si può inferire “ogni uomo è un animale, allora ogni uomo è quest'animale o quello” e così via; perché la conseguenza è una proposizione categorica, composta dal soggetto ‘uomo’ e dal predicato “quest'animale o quello o quell'altro”, e così di ciascun singolo animale. Ed è manifesto che questo predicato può essere veramente predicato di ogni uomo, quindi quella proposizione universale è assolutamente vera. E parimenti questa proposizione può essere inferita da qualunque termine contenuto sotto ‘animale’, infatti si può inferire a buon diritto dalla proposizione “ogni uomo è questo animale”, qualsiasi animale venga mostrato: “allora ogni uomo è un animale.” (ib., I, 70)

Cerchiamo di esplicitare meglio quanto detto da Ockham. La supposizione solo confusa si ha quando è impossibile che dalla proposizione “ogni uomo

è animale” si possa inferire “allora, ogni uomo è quest’animale, o ogni uomo è quell’animale, o...”. Infatti ciò sarebbe come dire che ogni uomo (Socrate, Platone, Aristotele, Callia o qualunque altro) è un *particolare* animale; il che è assurdo. Invece è possibile inferire che “ogni uomo è o questo animale, o quello o...”, perché in questo caso vorremmo dire che sia Socrate che Platone che Aristotele sono un *qualche* animale, non importa quale; e ciò è logicamente possibile. E d’altra parte dal dire che “ogni uomo è questo animale” possiamo inferire “allora ogni uomo è un animale”. Questo tipo di inferenza non può essere espressa nella logica moderna in quanto essa non concepisce tali proposizioni universali come categoriali, bensì come dei condizionali (del tipo “se x è un uomo, allora x è mortale) quantificate.

- La *suppositio confusa et distributiva* si applica sia al soggetto in tutte le proposizioni universali affermative, sia al predicato nelle proposizioni negative universali e particolari. Anche in questo caso viene caratterizzata da Ockham in termini di operazioni inferenziali:

“Si ha una supposizione confusa e distributiva quando è possibile in qualche modo discendere copulativamente, ossia a una congiunzione di proposizioni, se il termine ha molte realtà contenute sotto di sé, e quando la proposizione iniziale non può essere formalmente inferita da alcun elemento di questa congiunzione. Come nella proposizione “ogni uomo è un animale”, il cui soggetto suppone in modo confuso e distributivo, si può inferire “ogni uomo è un animale, allora quest’uomo è un animale e quell’uomo è un animale”, e così via dei singoli individui; ma non si può inferire formalmente dalla proposizione “quest’uomo è un animale, indicando un uomo qualsiasi: “allora ogni uomo è un animale””. (*ib.*)

In questo caso vale l’equivalenza dell’ordinario calcolo dei predicati:

$$\Box xP(x) \equiv P(a_1) \Box P(a_2) \Box \dots \Box P(a_n)$$

Insomma, dire che tutti gli uomini sono mortali, equivale a dire che Socrate è mortale e Platone è mortale e così via fino ad esaurire l’intera classe degli uomini. In questo caso basta ovviamente che un solo uomo non sia mortale perché la congiunzione risulti falsa. Viceversa, non è possibile inferire dal fatto che Socrate è mortale che tutti gli uomini sono mortali. Tale *descensio* è possibile solo nel caso in cui il termine ha più di un *suppositum* (il termine ‘uomo’ deve possedere più di un ente cui si riferisce).

A sua volta questo tipo di suppositio è divisa da Ockham in ‘mobile’ e ‘immobile’. Si consideri l’esempio: “ogni uomo tranne Socrate corre”; in questo caso si può inferire: “allora Platone corre e Cicerone corre” e così via per tutti gli uomini tranne Socrate. Pertanto in tale ‘discesa’ qualcosa va perduto, e cioè appunto la eccezione rappresentata da Socrate. Ciò vuol dire che viene fatta una eccezione grazie alla quale la supposizione del termine è ‘immobilizzata’ per certi significati, cioè è necessario indicare nel processo di discesa logica che esiste un caso per il quale essa deve fare eccezione. Nel caso della *suppositio mobilis*, invece, non viene ammessa alcuna eccezione (o ‘immobilizzazione’).

Sulla teoria della supposizione si hanno due ‘correnti’ (ultimo quarto del sec. XII e prima metà del XIII): le posizioni sostenute all’università di Oxford e quelle ‘continentali’ dell’università di Parigi.

- Ad **Oxford**, infatti, accentuano il carattere intraproposizionale della *suppositio*, cioè studiano le proprietà dei termini all’interno del contesto proposizionale, per

cui la *suppositio* di un termine non può prescindere dalla considerazione complessiva della proposizione in cui esso compare e dunque dalle determinazioni temporali comportate dal verbo. Inoltre si prende in considerazione anche la *suppositio* del predicato (non solo del soggetto). Tale posizione si consoliderà e verrà mantenuto anche dai logici del XIV sec., come Ockham.

- A **Parigi**, invece, si dà maggior spazio alla cosiddetta *suppositio naturalis*, propria del termine indipendentemente dal contesto proposizionale, per cui un termine indica la totalità degli essere passati, presenti e futuri dei quali è, per sua natura predicabile. Indica, cioè l'estensione effettiva di un termine quando viene astratto dal contesto che lo contiene. Questa teoria (che varia molto da autore ad autore, per cui manca di univocità dottrinale) è tipica di Pietro Ispano e viene ripresa anche da alcuni autori del XIV sec., come Giovanni Buridano. Tuttavia la diffusione della semantica occamista porta alla sua quasi completa sparizione ed all'affermazione dell'impostazione contestuale. Inoltre i logici parigini accentuano maggiormente il ruolo autonomo della 'significazione' (*significatio*) della *vox* (cioè del suono articolato), distinta dalla *suppositio* ed indirizzata verso il contenuto intensionale e concettuale del termine. Ciò pone tuttavia la difficoltà di differenziare *significatio* e *suppositio simplex*, e quindi di distinguere le teorie estensionali del riferimento dalle teorie intensionali della connotazione.

Altro punto controverso all'interno della teoria della supposizione concerne il ruolo delle considerazioni modali e temporali. All'inizio del XII sec. si afferma l'idea per cui l'*appellatio* riguarda oggetti esistenti al tempo presente, mentre la *suppositio* si riferisce anche ad oggetti esistenti nel passato, che esisteranno nel futuro o semplicemente possibili. Su questo ampliamento della denotazione si hanno posizioni diverse: i parigini la condividono, gli inglesi la rifiutano.

La logica modernorum.

Una prima sistemazione della *logica modernorum* avviene con la cosiddetta letteratura summulistica del sec. XIII, composta da una serie di manuali (o *summae*) destinati all'ambiente scolastico. I più importanti sono:

- i *Tractatus* di Pietro Ispano;
- le *Introductiones in logicam* di Guglielmo di Shyreswood;
- la *Summa* di Lamberto di Auxerre;
- le *Summulae dialectices* di Ruggero Bacone.

Pietro Ispano. Di queste, l'opera di Pietro Ispano è quella più fortunata e influente della tradizione summulistica. Non solo è stato il primo tentativo di sistematizzare le acquisizioni della *logica vetus* e di quella *nova*, ma ottenne un tale successo da conoscere ben 166 edizioni sino al XVII secolo e così costituire l'opera classica di logica per eccellenza durante tutto il medioevo. I dodici trattati di cui è composta affrontano vari argomenti, per lo più dedicati alla logica dei termini e ai temi tradizionali della logica aristotelica, visti nella mediazione di Boezio. Interessante è la presenza della discussione di alcuni sofismi, dei quali si smaschera l'errore logico. Tale tema farà parte della prassi dell'insegnamento scolastico, quale esercizio per l'affinamento delle armi logiche degli

studenti ed occasione per la discussione di problematiche logiche fondamentali.

Ruggero Bacone. Le *Summulae dialectices* di Ruggero Bacone forniscono un chiaro esempio dell'approccio contestuale alla proprietà dei termini, che vengono analizzati nella sezione dedicata alle proposizioni. Ciò in base alla convinzione che "molte proprietà delle parti non possono essere conosciute senza la conoscenza del tutto, dato che nel tutto le parti acquisiscono nuove condizioni e proprietà, che in precedenza non possedevano" (cit. da G. Roncaglia, *op. cit.*, p. 295). Inoltre in tale opera si sostiene la priorità del dominio degli oggetti esistenti nel presente rispetto a quello degli oggetti passati, futuri o possibili. Infine si caratterizza per l'influenza della tradizione araba, evidente nello spazio dato agli *Analitici secondi*.

Ramondo Lullo. Un posto a parte occupa in questa tradizione Ramondo Lullo per i suoi tentativi di costruire mediante un procedimento combinatorio un'*ars* generale che fornisca gli strumenti dialettici per qualunque discorso razionale. Tale impostazione influenzerà poi Leibniz.

I 'modisti'. Tra *logica nova* aristotelica, influenza araba e problematiche grammaticali stanno le ricerche logiche dei cosiddetti 'modisti', fautori di una grammatica 'speculativa' fondata sull'esistenza di una struttura linguistica comune a tutte le lingue. I rappresentanti principali sono Boezio, Martino, Giovanni e Simone di Dacia, Rodolfo Brito, Tommaso di Erfurt e Gentile da Cingoli.

Dati i tre livelli fondamentali del processo semiotico (oggetti esterni, intelletto che li conosce, linguaggio che li significa) a ciascuno di essi corrisponde un'essenza e delle proprietà o caratteristiche (i 'modi') che danno la possibilità di identificare loro classi particolari all'interno della classificazione basata sull'essenza.

- Così un oggetto ha una *essentia* (che viene colta nella sua definizione specifica, per cui l'uomo è animale razionale) ed un suo *modus essendi* (consistene nel fatto che l'uomo ha proprietà diverse che permettono di identificarne diverse classi; per cui abbiamo uomini bianchi e neri). A sua volta l'intelletto mediante il concetto conosce sia l'*essentia* di un oggetto, sia i suoi diversi *modi essendi*, a ciascuno dei quali corrisponde un diverso *modus intelligendi*. Al terzo livello, il linguaggio, mediante la *dictio* (o espressione significativa), esprime un concetto ed associa ai diversi *modi intelligendi*, specifici modi di significare (*modi significandi*). Per cui il *modus significandi* esprime il *modus intelligendi* che a sua volta esprime il *modus essendi*; e parallelamente, la *dictio* esprime un *concetto* che a sua volta esprime una *essentia*.

In tal modo i diversi modi del significare (i *modi significandi*) costituiscono le basi per una grammatica che, essendo strettamente correlata ad universali intellegibili (i *modi intelligendi*) e ontologici (i *modi essendi*), è universale e fornisce la "struttura profonda" comune a tutte le lingue naturali. Su tale base essa si può costituire come scienza, o più esattamente come "grammatica speculativa". La posizione modista en-

tra in crisi con le critiche di Pierre d'Ailly (seconda metà del XIV sec.) e avrà come una delle principali alternative la posizione di Ockham.

Le *consequentiae*. La logica delle *consequentiae* è quella parte della logica che gli scolastici hanno portato al più elevato grado di raffinatezza e di formalismo e nella quale è più evidente il distacco dalle dottrine di Aristotele, che a tale tema aveva dedicato solo alcune frammentarie osservazioni. Come sappiamo, tale approccio era stato tipico degli Stoici, ma non possiamo sapere sino a che punto gli scolastici siano stati influenzati dalle loro dottrine; assai probabilmente molto poco.

Benché le sue origini non siano del tutto chiare, pare che la logica delle *consequentiae* derivi dalla discussione e sistematizzazione dei *Topici* di Aristotele, cui aveva fornito un certo impulso il trattato di Boezio *De syllogismo hypothetico*, e in particolare dalla discussione sul sillogismo entimematico. Nel corso del XIV secolo la logica delle conseguenze divenne tanto diffusa ed affermata da occupare gran parte dei trattati di logica e così oscurare la tradizione sillogistica. Gli autori che maggiormente contribuirono a tale sviluppo furono, in ordine di tempo, Guglielmo d'Ockham (1285 c.-1347/9), Walter Burleigh (1275-1344/5), Giovanni Buridano (1295/1300-1358 c.), Alberto di Sassonia (m. 1390), ed infine Paolo Veneto (1369-1429).

Con *consequentia*, a partire d'Abelardo, si designa la proposizione condizionale formata col connettivo "se...allora"; essa è quindi concepita inizialmente come una proposizione ipotetica composta da un antecedente e da un conseguente dove sia impossibile ammettere la verità dell'antecedente e la falsità del conseguente. Col tempo però la *consequentia* non sarà intesa come il conseguente del condizionale, bensì verrà ad interessare in generale la validità del ragionamento e quindi la giustificazione della conseguenza a partire dalle premesse. Per cui essa designerà l'insieme dell'argomento, considerato come 'valido', mentre la singola proposizione può essere solamente vera o falsa. Tuttavia non sempre viene fatta esattamente la distinzione tra la forma ipotetica di una proposizione (composta di antecedente e conseguente) e la forma inferenziale tipica dei ragionamenti, per cui da certe premesse si arriva a delle conclusioni da esse correttamente tratte.

I medievali distinguono più specie di conseguenze a partire dalla distinzione fondamentale tra *conseguenze formali* e *conseguenze materiali*. Ecco come effettua la differenza Alberto di Sassonia:

"Fra le conseguenze, alcune sono formali, altre materiali. E' detta conseguenza formale quella per cui ogni proposizione che, se fosse formata, le è simile nella forma, è una conseguenza valida, come ad esempio "B è A, quindi qualche A è B". Una conseguenza materiale è invece una [conseguenza] tale che non ogni proposizione a essa simile nella forma sia una conseguenza valida, o, come si suole dire, che non vale per tutti i termini quando la forma è mantenuta inalterata, ad esempio "un uomo corre, quindi un animale corre". Per questi [altri] termini, infatti, la conseguenza non è valida: "un uomo corre, quindi un ceppo corre". (Da Bocheński, p. 255).

In effetti la conseguenza formale è quella che noi oggi chiameremo *tautologia*, ossia una formula sempre vera per qualunque costante sostituiamo alle sue variabili. Invece la conseguenza materiale non rispetta questa condizione, per cui essa non rimane vera per ogni costante che venga sostituita ai suoi termini variabili. Ciò vuole dire che nel primo caso è la struttura della proposizione ad assicurare la conseguenza vera per un antecedente vero, ovverosia la sua forma. Invece nel secondo caso la verità della proposizione è dipendente dai valori di verità delle proposizioni componenti, cioè dalla loro ‘materialità’, ovvero dal senso dei termini categorematici che vi figurano.

- Si deve però considerare il fatto che in queste formulazioni ancora si mescolano logica dei termini e logica proposizionale. Infatti gli esempi dati possono essere interpretati sia in base alla prima, come sillogismi entimematici, cioè in cui viene sottintesa una premessa, oppure in base al calcolo proposizionale, come sopra fatto. Nel primo caso l’esempio di Alberto di Sassonia della conseguenza materiale: “un uomo corre, quindi un animale corre” può essere resa mediante il seguente ragionamento sillogistico: “un uomo corre, ogni uomo è un animale, quindi un animale corre”; mentre, con le date premesse non sarebbe valida la conclusione “un ceppo corre”.
- Nel caso della conseguenza formale, è chiaro che l’esempio portato da Alberto di Sassonia, “ogni **A** è **B**, quindi qualche **A** è **B**”, è valido per la regola generale che governa le proposizioni subalterne e non per il valore di verità posseduto dalla singole proposizioni componenti.
- Guglielmo d’Ockham definisce in generale le conseguenze formali come quelle che sono governate mediatamente o immediatamente da una regola logica che non concerne il contenuto dei termini e quindi distingue al loro interno le conseguenze formali valide per un mezzo estrinseco e quelle valide per un mezzo intrinseco (*consequentia tenens per medium intrinsecum*). Queste ultime sono appunto quelle che equivalgono ad un sillogismo entimematico e quindi necessitano di un’altra proposizione (cioè un medio che contenga i termini della conseguenza) che si aggiunge a quelle date per rendere valida la derivazione della conclusione. Le conseguenze valide per mezzo estrinseco sono del tipo di quella esaminata nel capoverso precedente. Invece le conseguenze materiali sono per lui quelle che non sono valide per una legge generale della quale esse sono un caso specifico, bensì per il valore di verità dei termini che fanno parte della conseguenza. In tal modo sembra sia possibile ritenere che Ockham abbia avuto consapevolezza dell’implicazione materiale nel significato odierno.

A loro volta le conseguenze materiali sono divise in conseguenze materiali *semplici* e conseguenze vevoli *ut nunc*. Le prime sono valide in ogni tempo, le seconde sono vere solo al momento presente (*ut nunc*): la conseguenza “se ogni animale corre, allora Socrate corre” è valida solo se Socrate esiste e quindi per il periodo di tempo della sua vita; se egli non esistesse, il conseguente sarebbe falso, mentre l’antecedente potrebbe esser vero. Come si vede è una distinzione che richiama quella che separava l’implicazione di Filone da quella di Diodoro Crono. Possiamo sintetizzare tali suddivisioni con due tabelle, una per Guglielmo d’Ockham, l’altra per Alberto di Sassonia:

La <i>consequentia</i> per Alberto di Sassonia			
materiale		formale	
<i>simplex</i>	<i>ut nunc</i>		

La <i>consequentia</i> per Guglielmo d'Ockham			
materiale		formale	
attuale (= <i>ut nunc</i>)	assoluta (= <i>simplex</i>)	<i>tenens per medium in- trinsecum</i>	<i>tenens per medium e- xtrinsecum</i>

- **Alcune leggi delle conseguenze.** Vediamo ora alcune delle leggi più importanti governanti le conseguenze scoperte dai medievali, fornendone una interpretazione nei termini del moderno simbolismo.

[1] *Ex vero nunquam sequitur falsum* (Ockham)

cioè, “da qualcosa di vero non si può mai inferire il falso”. Essa può essere simbolizzata in questo modo:

$$(p \supset q) \supset \neg(p \supset \neg q)$$

Ovvero, se $(p \supset q)$ è vera, allora non è vero che sia p e non- q . Si può dimostrare infatti con le tavole di verità che tale formula è una tautologia, per cui dalla prima segue la seconda. E siccome Ockham ammette anche l'inverso, allora ne deriva un'importante equivalenza che permette di trasformare un condizionale in una congiunzione, cioè:

$$(p \supset q) \equiv \neg(p \supset \neg q)$$

[2] *Ex falsis potest sequi verum* (Ockham)

ovvero, “dal falso può seguire il vero”. Ciò significa che non vale la conseguenza che “se l'antecedente è falso, allora il conseguente è falso”. In simboli questo significa che la seguente formula non è una tautologia:

$$[(p \supset q) \supset \neg p] \supset \neg q$$

Come si vede questa non è altro che la cosiddetta fallacia della negazione dell'antecedente. Questa regola è riassorbita nel famoso teorema dello pseudo-Scoto, considerato uno dei culmini della logica proposizionale scolastica, che si riassume dicendo:

[3] *Ex falso sequitur quodlibet* (pseudo-Scoto)

ovvero: “a qualsiasi proposizione che implica una contraddizione formale segue qualsiasi altra proposizione per conseguenza formale”. Per cui dal fatto che ammettiamo una contraddizione può seguire logicamente qualsiasi altra proposizione, come ad esempio dalla proposizione “Socrate è e Socrate non è” segue che “l'uomo è un asino”. Ecco l'argomentazione come viene effettuata dalla pseudo-Scoto.

Dalla proposizione “Socrate è e Socrate non è”, che implica una contraddizione formale, segue un “uomo è un asino” o “il bastone è nell’angolo” e così per qualunque altra proposizione. Si prova: poiché segue “Socrate è e Socrate non è dunque Socrate non è” in quanto da una copulativa segue formalmente una delle sue parti. Sia allora mantenuto questo conseguente. Segue poi “Socrate è e Socrate non è, dunque Socrate è”, per la stessa regola. Ma da quest’ultima segue “Socrate è dunque Socrate è o un uomo è un asino”, poiché qualsiasi proposizione implica formalmente se stessa con una qualsiasi altra a lei disgiunta. Allora si argomenta dal conseguente “Socrate è o un uomo è un asino, ma Socrate non è (come dal primo conseguente) dunque un uomo è un asino”. E allo stesso modo in cui si argomenta da questa, così si può argomentare da qualsiasi altra; tutte infatti sono conseguenze formali.

(cit. da P. Simondo, pp. 56-7)

Ricostruiamo formalmente questa argomentazione ponendo $p = \text{“Socrate è”}$, $\text{non-}p = \text{“Socrate non è”}$, $q = \text{“l’uomo è un asino”}$. Da p e $\text{non-}p$ segue p per la regola per cui da una copulativa segue una delle sue parti; cioè la seguente formula è una implicazione in quanto è una tautologia:

$$(p \wedge \neg p) \supset p$$

Analogamente possiamo anche affermare:

$$(p \wedge \neg p) \supset \neg p$$

Ma è anche una tautologia $p \supset (p \vee r)$, sicché vale anche la seguente conseguenza:

$$[(p \vee r) \wedge \neg p] \supset r$$

onde abbiamo dimostrato che dalle premesse contraddittorie date abbiamo inferito che “l’uomo è un asino”. Analogamente possiamo procedere anche nel caso di $\text{non-}p$.

La legge dello pseudo-Scoto è importante perché sta alla base della dimostrazione della non-contraddittorietà di un sistema formale: se infatti in esso è possibile derivare una proposizione ed anche la sua negazione, allora ciò significa che in esso esiste una contraddizione, in quanto solo questa permette tale possibilità di derivazione. Viceversa, se è in esso possibile dedurre una proposizione ma non la sua negazione, allora non è contraddittorio.

[4] *Consequens est falsum, ergo et antecedens* (Ockham)

Ovvero: “il conseguente è falso, quindi anche l’antecedente è falso”, che non sarebbe altro che il *modus tollendo tollens* già individuato dagli Stoici. E’ chiaro che nel *modus tollens* si nega l’intero antecedente e non una sua singola proposizione, anche se tale antecedente è composto a sua volta da una ulteriore formula proposizionale condizionale, come nel seguente caso:

$$\{[(p \supset q) \supset r] \wedge \neg r\} \supset \neg(p \supset q)$$

Onde Ockham formula la seguente regola ‘allargata’:

[5] *Si aliqua consequentia sit bona, ex opposito consequentis sequitur oppositum totius antecedentis* (Ockham)

Affinché sia possibile non negare l’intero antecedente, ma una sua componente, allora è necessario affermare l’altra sua componente. Ecco le relative regole:

[6a] *Ex opposito conclusionis et maiore sequitur oppositum minoris* (Ockham)

[6b] *Ex opposito conclusionis et minore sequitur oppositum maioris* (Ockham)

ovvero: “dall’opposto della conclusione e dalla premessa maggiore, segue l’opposto della premessa minore”; “dall’opposto della conclusione e dalla premessa minore, segue l’opposto della premessa maggiore”. In formule:

$$\begin{aligned} & \{[(p \supset q) \supset r] \supset (p \supset \supset r)\} \supset \supset q \\ & \{[(p \supset q) \supset r] \supset (q \supset \supset r)\} \supset \supset p \end{aligned}$$

Infine menzioniamo il fatto che sono state individuate, tra le altre, anche le leggi che oggi chiamiamo di De Morgan, dal logico dell’800 che le ha riscoperte:

[7] *Opposita contradictoria copulativae est una disiunctiva composita ex contradictoriis partium copulativae* (Ockham)

ovvero: “l’opposta contraddittoria di una proposizione copulativa è una proposizione disiunctiva composta degli opposti contraddittori delle parti della proposizione copulativa”. In simboli:

$$\supset(p \supset q) \supset (\supset p \supset \supset q) \quad (\text{III legge di De Morgan})$$

Analogamente viene individuata anche la IV legge di DeMorgan:

[8] *Opposita contradictoria disiunctivae est una copulativa composita ex contradictoriis partium illius disiunctivae* (Ockham)

ovvero: “L’opposta contraddittoria di una proposizione disiunctiva è una proposizione copulativa composta degli opposti contraddittori delle parti della proposizione disiunctiva”. In simboli:

$$\supset(p \supset q) \supset (\supset p \supset \supset q) \quad (\text{IV legge di De Morgan})$$

Infine menzioniamo la legge del sillogismo disiunctivo:

[9] *A disiunctiva cum negatione alterius partis ad alteram partem est bonum argumentum* (Ockham)

ovvero: “Da una proposizione disiunctiva e dalla negazione di una sua parte è un buon argomento inferire l’altra parte”. In simboli:

$$\begin{aligned} & [(p \supset q) \supset \supset p] \supset q \\ & [(p \supset q) \supset \supset q] \supset p \end{aligned}$$

Tali conseguenze, che abbiamo riportato nelle formulazioni datane da Ockham, sono state condivise da tutti gli altri logici scolastici ed ulteriormente perfezionate e semplificate. In quest’opera spicca in particolare Alberto di Sassonia, la cui *Perutilis Logica* è un pietra miliare nella dottrina delle conseguenze e per molti aspetti superiore alla *Summa Logicae* di Ockham.

Il perfezionamento della sillogistica assertoria. Abbiamo già detto che la sillogistica assertoria non solo non costituiva per la *logica modernorum* il principale argomento di interesse, ma anche che pian piano essa venne assorbita all’interno della teoria delle *consequentiae*. Tuttavia essa conobbe in questo periodo una serie di perfezionamenti ed ampliamenti che le conferirono quella forma che ancora oggi la rende nota e che la fa spesso scambiare per quella originale di Aristotele. Portiamo solo alcuni esempi di tali modifiche e perfezionamenti.

- Innanzi tutto vennero introdotte tutte quelle espressioni mnemoniche che servono a identificare i modi dei sillogismi, le regole per la conversione delle loro proposizioni e la loro riducibilità alla prima figura, che abbiamo già visto trattando della sillogistica aristotelica.
- Poi, venne completamente introdotta la quarta figura, che fu studiata sistematicamente.
- Vennero individuate le regole per identificare i sillogismi validi (già viste precedentemente), che si aggiungevano al metodo aristotelico consistente nella riduzione alla prima figura.
- Venne posto e studiato il problema della classe vuota.
 - Tale problema nasce dalla relazione tra proposizioni subalterne (“tutti gli uomini sono mortali” - “qualche uomo è mortale”; “nessun uomo è mortale” - “qualche uomo non è mortale”) e dalla regola di conversione accidentale, che consiste nel passare da “tutti gli uomini sono mortali (A)” ad “alcuni mortali sono uomini (I)”; e da “nessun uomo è mortale (E)” ad “alcuni mortali non sono uomini (O)”. E’ ovvio che tale regola vale a condizione che la classe degli uomini non sia vuota; se infatti non vi fosse alcun uomo, allora non si potrebbe inferire “alcuni mortali sono uomini”. Nel tardo medioevo si cercò di ovviare a questa difficoltà mediante la dottrina della *suppositio*, o escludendo esplicitamente l’ammissione della classe vuota col richiedere che ogni termine abbia una appellazione nel senso inteso da Pietro Hispano (un termine ha appellazione quando si riferisca ad una cosa esistente), oppure nel richiedere per la subalternazione che il soggetto abbia supposizione personale (non naturale) e quindi stia per cose esistenti (si tratta del cosiddetto “presupposto esistenziale” che abbiamo visto ammesso anche da Aristotele).
- Vennero ammessi e studiati i sillogismi singolari, cioè aventi come soggetto un termine singolare come ‘Socrate’. Ciò è in particolare merito di Ockham.
 - Onde divenne perfettamente ammissibile il classico sillogismo che viene riportato sovente nei testi scolastici e che abbiamo visto Aristotele non aveva preso in considerazione in quanto riteneva che le sostanze individuali non potessero fungere da predicati e quindi dovessero essere escluse perché non si poteva operare la conversione soggetto-predicato nelle premesse (per come vuole la regola della conversione semplice):

Ogni uomo è un animale
Socrate è un uomo
quindi, Socrate è un animale

I medievali, con la teoria della *suppositio*, propongono di intendere i nomi singolari come nomi di classi unarie (cioè insiemi con un solo elemento).
 - Infine i medievali hanno discusso molto sottilmente i problemi della quantificazione, introducendo il quantificatore universale (*per ogni...*) ed esistenziale (*esiste un...; per qualche...*), identificando molto bene l’equivalenza, rispettivamente, con un insieme di congiunzioni ed un insieme di disgiunzioni. Ciò è molto bene messo in evidenza in questo testo di Alberto di Sassonia:

“Passiamo ora ai segni che rendono [*reddentibus*] [le proposizioni] universali

o particolari... Fra tali segni, gli uni sono universali, gli altri particolari. Il segno, universale è quello mediante il quale si significa che il termine universale a cui è aggiunto [*adiungitur*] sta copulativamente [*per modum copulationis*] per il suo supposto... Il segno particolare è quello mediante il quale si significa che un termine universale sta disgiuntivamente [*per modum disiunctionis*] per tutti i suoi supposti. E dico di proposito “copulativamente” quando parlo del segno universale, perché se si dice: “ogni uomo corre”, ne segue formalmente: “quindi quest’uomo corre, e quell’uomo corre, ecc.”. Di un segno particolare ho invece detto che esso significa che un termine universale a cui è aggiunto sta disgiuntivamente per tutti i suoi supposti. Ciò è evidente, perché se si dice: “qualche uomo corre” ne segue che Socrate o Platone corre, o che Cicerone corre, e così ciascuno [*de singulis*]. Le cose non starebbero così se questo termine non stesse per tutti questi [supposti]; è però vero che esso è disgiuntivo. E’ perciò sufficiente e necessario per la verità di “qualche uomo corre”, che sia vero di qualche uomo [definito] dire che egli corre, cioè che sia vera una delle [proposizioni] singolari che sono parte della [proposizione] disgiuntiva: “Socrate corre, o Platone corre, e così di ciascuno”, perché è sufficiente per la verità di una disgiuntiva che una delle sue parti sia vera”. (Da Boche_ski, pp. 306-7).

Gli insolubilia. La letteratura medievale sugli *insolubilia* (in particolare riguardante le proposizioni autoreferenziali, come il paradosso del mentitore) cominciò ad apparire nella prima metà del XIII secolo e proseguì sino alla fine del medioevo. In genere sono distinti tre periodi nella letteratura sugli insolubilia: dall’inizio sino al 1320 circa; il periodo di lavoro più originale, dal 1320 alla metà circa del secolo; infine dopo il 1350, durante il quale ha luogo un lavoro di raffinamento e di elaborazione con poco di nuovo.

Il primo a introdurre il termine tecnico di *insolubilia* è stato Alberto Magno e da allora l’argomento si consolida nella letteratura; ciò si vede già con lo pseudo-Scoto che cerca di proporre le prime soluzioni. Con Ockham già gli *insolubilia* vengono trattati non più all’interno degli argomenti sofisticati, ma con uno speciale capitolo a loro dedicato. Dopo di lui sono trattati come una parte autonoma della logica scolastica, fino a Paolo Veneto.

La letteratura è caratterizzata da alcuni caratteri peculiari. Innanzi tutto la tendenza a moltiplicare gli esempi (Alberto di Sassonia ne elenca ben 19), in contrasto con quanto avviene oggi, quando si scelgono solo alcuni casi paradigmatici che esibiscono la struttura essenziale del paradosso. In secondo luogo i medievali non pensavano che i paradossi fossero qualcosa di sconvolgente, al punto da minacciare l’intero edificio della logica e della semantica, così come invece è avvenuto in età contemporanea con la scoperta del paradosso della teoria degli insiemi da parte di Russell. Infine, i medievali non ne trassero alcuna profonda lezione teorica, in quanto non pensavano che essi mettessero in luce qualcosa di veramente importante nella struttura del nostro linguaggio e delle sua capacità espressive, e ciò ancora contrasta con quanto è avvenuto in età moderna.

- Possiamo distinguere diverse proposte di soluzione:

- **Cassatio.** Viene proposta in particolare durante il primo periodo e consiste nel sostenere che chi enuncia un insolubile non dice letteralmente nulla, e pertanto la proposizione che lo esprime deve essere semplicemente eliminata ('cassata') in quanto proposizione (essa non è una proposizione). Successivamente questa soluzione venne abbandonata e non sarà ripresa che nel XVII secolo.
- **Secundum quid ed simpliciter.** Un secondo approccio, più diffuso del primo, risale alle indicazioni di Aristotele e cerca di trattare gli insolubili come delle fallacie derivanti dalla confusione tra ciò che è vero per un certo rispetto (*secundum quid*) e ciò che è vero in senso assoluto (*simpliciter*); un insolubile sarebbe dunque un'argomentazione sofistica dove da qualcosa preso secondo una particolare determinazione si trae una conclusione su qualcosa preso per sé, assumendo che i due elementi siano tra loro simili, mentre in realtà sono diversi. Così, come argomenta Ockham, da "Socrate dice questo falso" si inferisce che "Socrate dice il falso"; e tale conseguenza non è valida in quanto si argomenta in modo sofistico da un termine particolare ('questo falso') a qualcosa preso per sé o *simpliciter* ('il falso'). Tuttavia gli insolubili non sembrano ricadere all'interno di questa tipologia di fallacie.
- **I restringentes.** In contrapposizione ai *cassantes*, si distingue come secondo approccio fondamentale alla soluzione del problema quello dei cosiddetti *restringentes*, cioè di coloro che vogliono risolvere l'insolubile proibendo l'autoreferenza di una proposizione a se stessa; essi insomma sostengono che "una parte non può supporre per l'intero della quale essa è parte", per cui un termine non può stare per la proposizione nella quale esso occorre: in "Socrate dice il falso è falso" abbiamo infatti che il termine 'falso' (di "...è falso") sta (o 'suppone') per la proposizione di cui esso è parte ("Socrate dice il falso").
- Una variante della posizione dei *restringentes* è quella chiamata *transcasus* da Walter Burleigh; in essa si fa appello alla temporalità col sostenere che il tempo al presente del verbo occorrente nell'insolubile in effetti si riferisce ad un momento prima del profferimento dell'enunciato che lo esprime. Per cui "Io dico il falso", in effetti significherebbe "Io ho detto il falso un momento fa".

APPENDICE

Nozioni di logica formale

Qui di seguito riportiamo alcune nozioni basilari del calcolo proposizionale e del calcolo dei predicati, che possono essere utili ad interpretare le formule che abbiamo impiegato nel testo. Non sarà difficile al lettore ritrovare in questa breve presentazione molte delle nozioni già incontrate durante l'esposizione storica della logica. Lasciamo come suo utile esercizio tale ricognizione.

Enunciato. Si intende con *enunciato* o proposizione in senso logico una espressione linguistica dichiarativa, cioè affermativa che qualcosa è (o non è) così e così, e pertanto tale che può essere vera o falsa. Dagli enunciati in senso logico dobbiamo distinguere gli enunciati interrogativi e quelli imperativi, che non descrivono uno stato di cose e quindi non possono essere né veri né falsi. L'enunciato viene indicato mediante una lettera proposizionale, per cui p è un enunciato nel linguaggio L se e solo se p è vero o falso in L , cioè se p possiede un valore logico. Gli enti cui si riferiscono gli enunciati sono determinati stati di cose, dove con "stato di cose" si intende sia una situazione fisica realmente esistente che anche una semplice connessione o relazione tra concetti che non hanno alcun referente fisico. Così, ad esempio, l'enunciato " $2+2=4$ " è vero per le regole che governano la matematica e non si riferisce a niente di fisicamente esistente nel mondo reale; viceversa l'enunciato "L'Etna è un vulcano che si trova a nord di Catania" è vero se effettivamente l'Etna è un vulcano e si trova a nord di Catania; altrimenti è falso.

Costanti, variabili e funzioni enunciativie. Chiunque abbia appena un po' di familiarità con l'algebra, sicuramente ricorderà il significato delle costanti e delle variabili. Possiamo genericamente dire che con variabile si intende un arbitrario ente che si è liberi di scegliere all'interno di una classe definita che costituisce il suo "universo". Se indichiamo con C la classe dei valori che una certa lettera x può assumere, allora diremo che la x è una variabile nel campo o dominio C , il quale costituisce il suo "universo". In genere le variabili si indicano con le ultime lettere dell'alfabeto, x , y e z e quando ciò non basti si può apporre un indice numerico alla singola lettera variabile: x_1, x_2, \dots, x_n , dove la n posta in pedice alla x indica un arbitrario numero intero positivo. Così, ad esempio, nella espressione linguistica " x è un cavallo", la x rappresenta la variabile che può essere sostituita mettendo al suo posto il nome indicante un determinato ente che appartenga alla categoria semantica dei nomi, se vogliamo ottenere una espressione sensata (cioè x deve appartenere ad un certo universo per dare significato all'espressione). Con *costante* intendiamo invece un particolare valore od individuo che non è soggetto a mutare e che quindi si mantiene costante. Nella espressione matematica " $y=2x$ " è una costante il numero 2 e il segno di eguale, mentre sono variabili la x e la y . Con *funzione enunciativa* si intende una espressione linguistica che contiene una variabile la cui sostituzione con una costante dà luogo ad un enunciato (vedi sotto). Così, ad esempio, l'espressione linguistica " x è un numero primo" si trasforma in enunciato sostituendo alla variabile x una costante (generica o determinata), ottenendo ad esempio l'enunciato " 3 è un numero primo", che può essere vero o falso.

Il calcolo proposizionale. Il calcolo proposizionale o degli enunciati costituisce la prima parte della logica formale classica ed è presupposto da ogni altra teoria logica. In genere ci si riferisce a questo calcolo logico indifferentemente col nome di logica (o calcolo) degli enunciati o logica (o calcolo) proposizionale, considerato che la differenza tra enunciati e proposizioni viene di solito fatto consistere solo nel fatto che le seconde costituiscono il significato dei primi; ma in ogni caso possono essere caratterizzate per poter essere vere o false e quindi intese in modo estensionale. Il calcolo proposizionale assume come sua unità di base la *proposizione*; esso cioè, non si preoccupa di vedere come una data proposizione è costruita e pertanto la assume come una totalità indecomponibile. Di tale proposizione esso prende in considerazione solamente il suo *valore di verità*, cioè il fatto che essa può essere vera o falsa (ma non entram-

be). In ciò consiste il carattere *bivalente* del calcolo proposizionale classico: esso non ammette altri valori di verità oltre a quelli di vero o falso. Per cui, ad esempio, non sono ammissibili proposizioni *probabili* o *incerte*, cioè il cui valore di verità non è né vero né falso. Ovviamente è anche una proposizione quella formata da due o più proposizioni semplici. Così “La terra è rotonda e il sole è una stella” è una proposizione composta (o molecolare) formata da due proposizioni semplici (o atomiche): “La terra è rotonda” e “Il sole è una stella”. In questo caso il valore di verità della proposizione composta dipende esclusivamente dai valori di verità delle proposizioni componenti. In ciò consiste appunto il carattere estensionale del calcolo proposizionale: una data proposizione composta è detta estensionale se e solo se il suo valore di verità dipende esclusivamente dai valori di verità delle proposizioni che la compongono. Data una o più proposizioni, è possibile ad esse applicare dei *funtori* in modo da ottenere altre proposizioni il cui valore di verità dipende dai valori di verità delle proposizioni iniziali e dal tipo di funtore applicato. Tali funtori sono estensionali (in quanto prendono in considerazione solo i valori di verità delle proposizioni) e vengono chiamati “funtori di verità” o anche “operatori vero-funzionali”. Per indicare una generica proposizione, cioè una variabile proposizionale, si usano lettere minuscole, quali $p, q, r, p_1, p_2, \dots, p_n$, dove a lettere diverse corrispondono proposizioni diverse. In tal modo potrà essere p = “La terra è rotonda”, q = “5 è minore di 6” ecc. Tali lettere vengono chiamate *lettere proposizionali*. Analogamente a quanto detto per le variabili in generale, una variabile (o lettera) proposizionale indica un posto libero o vuoto che può essere riempito da qualsivoglia proposizione.

I funtori principali e le tavole di verità. La *negazione* è l'esempio più semplice e comune di funtore di verità (o operatore vero-funzionale). Per indicare l'operazione di negazione della proposizione p si usa il simbolo “ \neg ”, per cui avremo: $\neg p$, che leggiamo “non- p ”. Se p è una proposizione vera, allora la sua negazione $\neg p$ è falsa; se p è falsa allora $\neg p$ è vera. La relazione esistente tra i valori di verità di $\neg p$ e p può essere rappresentata schematicamente con la figura di sotto, detta *tavola di verità*. Sotto p sono riportati i due possibili valori di verità di p , V (vero) e F (falso). Nella seconda colonna (sotto $\neg p$) sono riportati i valori di verità assunti da $\neg p$ in corrispondenza dei valori di verità della proposizione p .

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓	↓	
	1 ^a riga		
	2 ^a riga		

	1 ^a colonna		
	↓		

struire delle forme proposizionali complesse il cui valore di verità può essere facilmente calcolato in quanto dipende dai valori di verità delle singole lettere proposizionali. Si consideri ad esempio la seguente proposizione:

$$(p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge q)$$

Costruiamo innanzi tutto la tabella ad essa corrispondente .

p	q	(p	→	q)	(p	∧	q)
1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0

Abbiamo riportato i valori corrispondenti alle lettere proposizionali di sinistra sotto le corrispondenti lettere a destra (indicando, come è consuetudine, il Vero con 1 e il Falso con 0). Abbiamo quindi ottenuto i valori di verità delle colonne contrassegnate col numero 1 applicando i rispettivi connettivi ed infine alle colonne numero 1 abbiamo applicato il connettivo “o” ottenendo come risultato finale la colonna 2 che ci fornisce i cercati valori di verità della forma proposizionale data.

Tautologie. Una formula proposizionale è detta tautologia (o anche *legge logica*) se, per ogni possibile assegnamento di valori di verità alle lettere proposizionali che la compongono, essa assume sempre il valore vero. Ciò significa che la colonna finale, risultato delle operazioni applicate alle lettere proposizionali, deve avere 1 in tutte e quattro le righe. Si consideri la proposizione $[(q \rightarrow r) \rightarrow p] \rightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$, contenente tre variabili. Possiamo facilmente verificare col metodo delle tavole di verità che essa è una tautologia. Avremo infatti:

p	q	r	$[(p \wedge r) \vee p] \wedge [p \vee (q \wedge r)]$
1	1	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
1	0	0	0
0	0	0	0

1 2 3 2 1

dove è facile vedere che la colonna finale contiene tutti 1.

Contraddizione. E' la nozione opposta a quella di tautologia. Una contraddizione è una forma proposizionale che assume sempre il valore 0. Le contraddizioni, a differenza delle tautologie, sono *false a priori*, cioè sono false qualunque sia il valore di verità delle proposizioni che le compongono. E' una tipica contraddizione la proposizione $p \wedge \neg p$, per come si evince dalla seguente tavola:

p	q	$(p \wedge \neg p)$
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	0

2 1

Proposizioni contingenti. Si chiamano contingenti (o anche “anfotere”) quelle forme proposizionali che non sono né delle tautologie né delle contraddizioni. Ciò significa che esse assumono nell'ultima colonna sia valori 0 che valori 1. Così, ad esempio, la proposizione descritta dalla semplice congiunzione $p \wedge q$ è contingente perché la sua ultima colonna dà 1 quando entrambe le proposizioni sono vere, 0 in tutti gli altri casi. Tali proposizioni si chiamano contingenti in quanto per stabilire la verità o meno di una proposizione complessa formata da due proposizioni semplici unite da connettivi è necessario accertarsi se le singole proposizioni contingenti sono vere o false e per far ciò è necessario uscire dalla logica ed andare a constatare se in effetti le cose stanno come sono descritte dalle due proposizioni oppure no. Da tali distinzioni trova alimento la dottrina delle proposizioni, secondo la quale tutte le proposizioni del linguaggio o sono analitiche (cioè tautologiche o contraddittorie) oppure sono fattuali (cioè contingenti); è la stessa costruzione formale del calcolo proposizionale a non ammettere proposizioni di altro tipo, come quelle “sintetiche a priori”.

Implicazione logica. Centrale è in logica il concetto di implicazione (che non deve essere

confuso con l'operatore logico del condizionale). Essa si definisce nel modo seguente: una formula proposizionale p_1 implica logicamente una forma proposizionale p_2 se e solo se ogni assegnamento di valori di verità che rende vera la prima rende anche vera la seconda. Questa definizione dice, in altri termini, che la verità di p_1 è condizione sufficiente perché p_2 sia vera. Tutta la definizione, pertanto, si può riformulare nel modo seguente: condizione necessaria e sufficiente affinché p_1 implichi p_2 è che la verità di p_1 sia condizione sufficiente della verità di p_2 . Per indicare l'implicazione logica si usa il simbolo " \supset " (da non confondere con " \subset "). E' ad esempio una implicazione logica " $p \supset p$ ", cioè " p implica p ". Infatti ogni qualvolta la prima p è vera, è vera anche la seconda. Inoltre è anche $p \supset (p \vee q)$, in quanto ogni qualvolta p è vera, è anche vera la $(p \vee q)$ (si ricordi che affinché una disgiunzione sia vera è sufficiente che uno dei suoi termini sia vero).

Uno dei più importanti teoremi della logica, quello di deduzione, ci dice che $p_1 \supset p_2$ se e solo se $p_1 \supset p_2$ è una tautologia. Mediante questo teorema possiamo sempre decidere in modo effettivo se una data forma proposizionale ne implica logicamente un'altra. Infatti basta vedere se otteniamo una tautologia applicando alle due forme proposizionale il condizionale. Vogliamo sapere, ad esempio, se la proposizione $(p \supset q) \supset p$ implica logicamente p , cioè se sia vero $[(p \supset q) \supset p] \supset p$. Per far ciò ci basta sapere se la proposizione che otteniamo collegando la prima espressione alla seconda per mezzo del condizionale è o no una tautologia. Ovverosia se $[(p \supset q) \supset p] \supset p$ è una tautologia. Se costruiamo la tavola di verità possiamo facilmente constatare che la colonna finale contiene tutti 1 e quindi tale proposizione è una tautologia. Possiamo quindi dire, per il teorema della deduzione, che $(p \supset q) \supset p$ implica logicamente p .

Modus ponens e modus tollens. Sono queste due tautologie molto utili per la effettuazione di inferenze all'interno dell'argomentazione logica. Esse sono espresse dalle seguente formule:

- (a) $[(p \supset q) \wedge p] \supset q$ (modus ponendo ponens)
 (b) $[(p \supset q) \wedge \neg q] \supset \neg p$ (modus tollendo tollens)

Che si tratti di tautologie è facilmente constatabile mediante l'applicazione delle tavole di verità. Bisogna fare però attenzione a due forme proposizionali che potrebbero essere intuitivamente considerate delle tautologie ed invece non lo sono. Quest'inganno nasce dal loro essere apparentemente simili al *modus ponens* e al *modus tollens*. Sono le seguenti:

- (a') $[(p \supset q) \supset q] \supset p$ (fallacia dell'affermazione del conseguente)
 (b') $[(p \supset q) \supset \neg p] \supset \neg q$ (fallacia della negazione dell'antecedente)

Applicando le tavole di verità si vede facilmente che queste non sono delle tautologie, ma solo forme proposizionali contingenti. L'importanza di queste due formule sarà evidente nel momento in cui tratteremo il pensiero di Popper.

Il calcolo dei predicati. Il calcolo dei predicati costituisce la seconda parte della logica formale classica. Abbiamo visto che il calcolo proposizionale ha come suo oggetto la connessione tra proposizioni, cioè le operazioni vero-funzionali. Tuttavia esso non è sufficiente in quanto incapace di formalizzare molte argomentazioni logiche, specie in ambito matematico. Prendiamo, ad es., la seguente inferenza intuitivamente valida:

- (1) Tutte le vie portano a Roma

 (2) esiste una via che porta a Roma

E' questo un ragionamento veramente banale. Tuttavia il passaggio dalla (1) alla (2) non è una implicazione logica valida nel calcolo proposizionale. Cioè, se indichiamo con p la proposizione (1) e con q la proposizione (2), la forma proposizionale risultante $p \supset q$ non è un'implicazione in quanto la $p \supset q$ non è una tautologia (per il teorema della deduzione). L'insufficienza del calcolo proposizionale deriva dal fatto che esso assume come unità elementare la proposizione, senza prendere in considerazione la sua struttura interna. Consideriamo ad esempio le proposizioni seguenti, che esprimono i tre membri del classico sillogismo pseudo-

aristotelico:

p = "Tutti gli uomini sono mortali"
 q = "Socrate è un uomo"
 r = "Socrate è mortale"

Di ciascuna di queste proposizioni nel calcolo proposizionale non interessa sapere in che rapporto sono il soggetto con il predicato, se il soggetto è plurale o singolare, né si distinguono gli oggetti che godono di una certa proprietà (ad es., gli "uomini") dalla proprietà stessa (la "mortalità"), ecc., ma solo quale sia il valore di verità di p , q o r . Se vogliamo passare ad analizzare la struttura interna di ciascuna proposizione allora abbiamo bisogno di introdurre nuovi concetti e simboli e dare inoltre nuove regole; dobbiamo, cioè costruire un'altra teoria. E' quanto si fa col calcolo dei predicati. Ovviamente, essendo il calcolo proposizionale una teoria prioritaria rispetto al calcolo dei predicati, quest'ultimo presuppone tutto ciò che è proprio del primo. Ovverosia tutte le leggi logiche e le regole del calcolo proposizionale sono anche leggi e regole del calcolo dei predicati (ma non viceversa), il quale li può assumere senza ulteriormente giustificarli.

Prendiamo ad esempio la proposizione p ="Tutti gli uomini sono mortali". Questa è una proposizione vera. Sostituiamo ora al soggetto "Tutti gli uomini" la variabile x e scriviamo:

(3) " x sono mortali"

Non siamo ora in grado di dire se la (3) è vera o falsa a meno che non sappiamo cosa sta ad indicare la variabile x . Se ad esempio x ="I Greci", allora la (3) è vera; ma se x ="Gli Dei dell'Olimpo", allora la (3) è falsa.

Nell'espressione (3) possiamo distinguere diverse parti:

- innanzi tutto notiamo una variabile x che può rappresentare un qualsivoglia oggetto di un certo genere (appartenente ad un dato universo) e che chiamiamo *variabile individuale*;
- v'è poi il funtore "sono mortali" che viene applicato ad un dato argomento che è un nome rappresentante un oggetto od individuo. A tale funtore ci si riferisce spesso anche col nome di *predicato*: nel caso della (3) abbiamo un predicato monoargomentale, in quanto esso si applica ad un solo argomento rappresentato dalla variabile individuale x .

L'espressione che risulta dalla unione di queste due parti viene chiamata *funzione proposizionale*: essa diventa una proposizione nel caso in cui si sostituisca la variabile individuale con una costante individuale. Per cui, più esattamente possiamo definire una funzione proposizionale come un'espressione che non è né vera né falsa ma può essere trasformata in una proposizione vera o falsa mediante rimpiazzamento delle sue variabili con delle costanti. Per indicare un generico predicato utilizzeremo le così dette costanti predicative, indicate di solito con le lettere P , Q , R , P_1 , P_2 , ..., P_n . Per cui la scrittura $P(x)$ indicherà una certa funzione proposizionale formata da un predicato monoargomentale P e dalla variabile individuale x , che si potrà leggere: " x ha la proprietà P ". Indicheremo inoltre le costanti individuali al solito modo, cioè utilizzando le lettere a , b , c , a_1 , a_2 , ..., a_n . Per trasformare una funzione proposizionale in una proposizione basta allora sostituire in un generico predicato $P(x)$ la variabile individuale x con una costante individuale, ottenendo $P(a)$, che si legge: "il particolare oggetto a ha la proprietà P ".

Quantificatori. È anche un altro modo per ottenere una proposizione da una funzione proposizionale: la quantificazione. Prendiamo la funzione proposizionale " x è un numero naturale"; essa può essere trasformata in una proposizione in questo modo:

(4) "per ogni x , x è un numero naturale"

(5) "esiste almeno un x tale che, x è un numero naturale"

La (4), detto in parole semplici, sta a significare che qualunque numero sia x , tale x è un numero naturale. Il che è chiaramente falso, dato che ad esempio " π " non è un numero naturale. Quindi la (4) è una proposizione falsa. La (5) sta invece a significare che esiste almeno un numero che è naturale. E ciò è vero visto che effettivamente il numero 2 è un numero natura-

le. Pertanto la (5) è una proposizione vera.

Ciò significa che una funzione proposizionale può esser trasformata in proposizione “quantificando” la sua variabile, cioè facendo precedere all’asserto contenente la variabile le espressioni “per ogni x ” oppure “esiste almeno un x tale che”. Queste espressioni sono dette *quantificatori* e vengono espresse simbolicamente nel modo seguente:

$\forall x$	che si legge “per ogni x ”
$\exists x$	che si legge “esiste almeno un x ”

Il primo è chiamato quantificatore *universale*, il secondo quantificatore *esistenziale*. Pertanto una proposizione ottenuta da una funzione proposizionale si può anche scrivere nel modo seguente:

$\forall x P(x)$
$\exists x P(x)$

che si leggono rispettivamente: “Per ogni x , x ha la proprietà P ” e “Esiste un x tale che ha la proprietà P ”. Una variabile quantificata è detta *vincolata*. Si faccia attenzione al fatto che il quantificatore esistenziale non afferma che esiste *solo un* x che ha una tale proprietà, ma che esiste *almeno un* x che ha una certa proprietà. Per cui nel caso in cui P = “è un numero pari” è ovvio che non esiste *un solo* numero pari, ma un numero infinito e tuttavia *non è vero che tutti i numeri sono pari!*

Predicati non monadici. Abbiamo finora parlato di predicati monoargomentali (o monadici) che formano funzioni proposizionali del tipo $P(x)$ e che corrispondono sul piano fisico alle proprietà che possono essere possedute da un oggetto od individuo. Vi sono però anche predicati a due argomenti, a tre argomenti e ad n argomenti. Consideriamo ad esempio la seguente funzione proposizionale:

(6) “ x è padre di y ”

dove abbiamo due argomenti, x e y ed un funtore, “è padre di”. In genere a tali predicati corrispondono sul piano fisico quelle che vengono dette relazioni e che in teoria degli insiemi vengono indicate con la lettera R . Sicché spesso le funzioni proposizionali ottenute da tali predicati biargomentali (o diadici) vengono indicate anch’esse con la lettera R . In tal caso la (6) verrebbe a scriversi: $R(x, y)$, che si legge: “ x è nella relazione R con y ”. Il fatto che mediante i predicati, e quindi mediante la logica formale, sia possibile esprimere un concetto tipicamente matematico come quello di relazione è alla base del programma logicista portato avanti da Russell e Whitehead, al quale aderì il Wittgenstein del *Tractatus*.

Le tautologie nel calcolo dei predicati. Così come nel calcolo proposizionale, anche nel calcolo dei predicati esistono degli schemi di funzioni proposizionali che sono sempre veri. Innanzi tutto sono tautologie del calcolo dei predicati tutte le tautologie che fanno parte del calcolo proposizionale, e ciò sempre per il motivo che quest’ultimo è contenuto nel primo. Sicché nella semplice tautologia $p \supset p$ se sostituiamo le lettere proposizionali con espressioni appartenenti al calcolo dei predicati otteniamo anche una tautologia. Oltre a queste tautologie ve ne sono altre che sono proprie del calcolo dei predicati in quanto in esse occorrono particolari modi di presentarsi dei quantificatori. In generale possiamo dire che una formula del calcolo di predicati è una tautologia se e solo se è uno schema esclusivamente vero di proposizioni o funzioni proposizionali vere. Ciò significa che, data una funzione proposizionale essa è sempre vera se, comunque scelto l’insieme entro cui variano le variabili in essa contenute e comunque scelto il predicato che ha per argomento le date variabili, un volta operate le opportune sostituzioni, si ottiene una proposizione vera.

Ma il numero degli insiemi entro i quali possono assumere valori le variabili, il numero dei loro elementi, come anche il numero di tutti i possibili predicati, è infinito, sicché è impossibile andare a vedere caso per caso se una data funzione proposizionale è vera o no. Nel caso del calcolo dei predicati non esiste alcun metodo effettivo per conoscere in un certo numero limitato di passi se una data formula è o no una tautologia: ciò è stato dimostrato dal cosiddetto teo-

rema di indecidibilità (per la logica dei predicati) dovuto a Church (1936). Abbiamo invece visto che il calcolo proposizionale godeva della proprietà della decidibilità: grazie all'impiego delle tavole di verità siamo in grado in un numero limitato di passaggi se una data forma proposizionale è o no una tautologia.

Tuttavia, grazie alla assiomatizzazione del calcolo dei predicati è possibile individuare certi suoi sottoinsiemi decidibili, come ad es. quello in cui i predicati sono solo monadici oppure quello che assume come propri schemi gli schemi delle tautologie già note dal calcolo proposizionale. Inoltre è anche possibile cercare di individuare alcune sue non-tautologie mediante l'analisi intuitiva di certe formule che miri ad individuare un controesempio che le dimostrino false.

Diamo a titolo di esempio una tipica tautologia del calcolo dei predicati, la quale è intuitivamente evidente:

$$[3.1] \quad \forall x P(x) \supset P(a) \quad \text{legge "dictum de omni" o "principio di esemplificazione universale" (di Jaskowski)}$$

Questa legge ci dice che se tutti gli oggetti hanno la proprietà P allora un oggetto particolare a ha la stessa proprietà. Se così, ad esempio, tutti gli uomini sono mortali, allora ne segue che anche Socrate è mortale.

Sulla base di queste nozioni viene edificata tutta la logica contemporanea classica ed è possibile esprimere gran parte del contenuto della matematica.

Bibliografia essenziale

Opere di riferimento generale

- I. Copi, C. Cohen, *Introduzione alla logica*, Il Mulino, Bologna 1999.
- I.M. Boche_ski, *La logica formale*, 2 voll., Einaudi Torino 1972.
- W.C. Kneale – M. Kneale, *Storia della logica*, Einaudi, Torino 1972.
- R. Blanché, *La logica e la sua storia. Da Aristotele a Russell*, Ubaldini, Roma 1973.

Logica antica

Trattazioni generali

- P. Simondo (a cura di), *L'alba della logica. Il pensiero logico greco*, SEI, Torino 1976
- V. Celluprica, *La logica antica*, Loescher, Torino 1978.
- G. Calogero, *Storia della logica antica*, Bari, Laterza 1967.
- S. Maracchia, *Breve storia della logica antica*, Euroma, Roma 1987.
- *Modelli di ragionamento nella filosofia antica*, a cura di C. Natali e F. Ferrari, Laterza, Roma-Bari 1994. [Bib. Magistero]
- L. Pozzi, *Studi di logica antica e medievale*, Liviana, Padova 1974.

Sui paradossi di Zenone

- B. Russell, *La conoscenza del mondo esterno*, Newton Compton, Roma 1971, cap. 6 (pp. 153-176)
- M. Black, *Problemi di analisi*, Ubaldini, Roma 1968, pp. 93-153.

In generale sui paradossi

- N. Falletta, *Il libro dei paradossi*, Longanesi, Milano 1983.
- M. Gardner, *Ah! Ci sono! Paradossi stimolanti e divertenti*, Zanichelli, Bologna 1987.
- F. Rivetti Barbò, *L'antinomia del mentitore nel pensiero contemporaneo da Peirce a Tarski. Studi, testi, bibliografia*, Milano 1961.
- R.L. Martin (ed.), *The Paradox of the Liar*, Yale Univ. Press, New Haven 1970.
- E. Rivero, "Il paradosso del mentitore", in *Rassegna di scienze filosofiche*, XIII (1960), pp. 296-325.
- L. Pozzi, *Il mentitore e il Medioevo: il dibattito sui paradossi dell'autoriferimento*, Parma, Zara 1987 [Bib. Scienze polit.]